Philosophiques

Intuition, construction et convention dans la théorie de la connaissance de Poincaré

Gabriella Crocco

Volume 31, numéro 1, printemps 2004

Poincaré et la théorie de la connaissance

URI : https://id.erudit.org/iderudit/008938ar
DOI : https://doi.org/10.7202/008938ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)
1492-1391 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Crocco, G. (2004). Intuition, construction et convention dans la théorie de la connaissance de Poincaré. *Philosophiques*, *31*(1), 151–177. https://doi.org/10.7202/008938ar

Résumé de l'article

La conception des mathématiques chez Poincaré est une pièce maîtresse de sa théorie de la connaissance. Les mathématiques y jouent un rôle constitutif et médiateur, très proche de celui que Kant leur avait assigné dans sa *Critique*. Afin d'éclaircir les rapports complexes entre les notions d'intuition, de construction et de convention chez Poincaré, nous nous appuyons sur les analogies et les contrastes avec la source kantienne. La continuité et la cohérence de la théorie de la connaissance de Poincaré en sortent renforcées.

Intuition, construction et convention dans la théorie de la connaissance de Poincaré

GABRIELLA CROCCO
Ceperc, Université de Provence
gabriella.crocco@wanadoo.fr

RÉSUMÉ.— La conception des mathématiques chez Poincaré est une pièce maîtresse de sa théorie de la connaissance. Les mathématiques y jouent un rôle constitutif et médiateur, très proche de celui que Kant leur avait assigné dans sa *Critique*. Afin d'éclaircir les rapports complexes entre les notions d'intuition, de construction et de convention chez Poincaré, nous nous appuyons sur les analogies et les contrastes avec la source kantienne. La continuité et la cohérence de la théorie de la connaissance de Poincaré en sortent renforcées.

ABSTRACT.— Poincaré's philosophy of mathematics plays a key role in his general philosophy of knowledge. Mathematics is considered, by Poincaré, as a constitutive element of experience and it plays a "schematic" role between the conventional frameworks of geometry and theoretical physics on one hand and, on the other hand, sensations. We stress the Kantian roots of such a conception of mathematics, trying to explain the respective importance of the notions of intuition, construction and convention in Poincaré's theory of knowledge.

Introduction

La théorie de la connaissance de Poincaré s'organise autour de trois notions : intuition, construction et convention. La comprendre signifie comprendre comment ces trois notions s'articulent, quelles sont leurs fonctions respectives dans la connaissance. Nous nous proposons donc d'examiner ces trois notions spécifiquement en rapport à la question de la nature de la connaissance mathématique et de son rôle.

Une hypothèse de recherche guidera cette analyse : les affirmations de Poincaré sur ces trois notions fondamentales doivent être interprétées à la lumière des difficultés épistémologiques qu'une science en proie à des transformations profondes causait à un homme de science kantien de la fin du XIXe siècle. Autour de ces trois notions, intuition, construction et convention, Poincaré définit une épistémologie systématique et cohérente, profondément kantienne dans ses choix fondamentaux[1].

1. Au-delà de toute interprétation philosophique des écrits de Poincaré, ce dernier, de manière très explicite dans les trois articles parus entre 1905 et 1906, en partie republiés dans *Science et méthode*, se range du côté des kantiens. En repoussant les attaques et les critiques de Couturat, Russell et Zermelo à propos de sa conception des mathématiques et du rôle que les principes synthétiques y jouent *a priori*, il affirme que les logicistes et les cantoriens, malgré leurs efforts, n'ont pu ruiner les mathématiques kantiennes, n'ont pas tranché le débat entre Leibniz et Kant. Voir Poincaré, « Les mathématiques et la logique », 1905, p. 835.

Cette hypothèse a été dictée par un constat : bien avant la crise des fondements, et donc avant la réponse intuitionniste à cette crise, bien avant la discussion même sur la dérivabilité ou non-dérivabilité du principe d'induction, Poincaré avait des raisons, inhérentes à sa conception de la nature de la connaissance, qui le conduisaient à rechercher dans le sujet un fondement aux mathématiques. Ce fondement n'est rien d'autre que ce que nous appellerons l'intuition de la répétition possible, intuition de l'infini potentiel que Poincaré appelle l'intuition pure du nombre[2]. Ces raisons ne peuvent être pleinement comprises si on ne souligne les racines kantiennes du cadre conceptuel proposé par Poincaré, et cela sous au moins deux aspects : la question de l'objectivité de la connaissance et celle de la nature des objets mathématiques.

Forte de cette hypothèse, nous essaierons d'abord de démêler la question des rapports entre intuition et convention, déterminant pour le rôle médiateur et schématique que Poincaré assigne aux mathématiques dans la connaissance. Ensuite, nous nous tournerons vers le couple intuition-construction, essentiel pour comprendre les mathématiques et leurs objets. Chacune de ces deux parties de l'analyse est précédée par un rappel des solutions kantiennes aux problèmes abordés par Poincaré. C'est donc par Kant, par l'analyse de ce que, de celui-ci, Poincaré reçoit ou rejette, que nous éclairons l'articulation intime entre intuition, construction et convention chez Poincaré.

1. Kant et Poincaré : le rôle constitutif et schématique des mathématiques

1.1 Kant, les mathématiques et l'objectivité de la connaissance

La solution kantienne au problème de l'objectivité de la connaissance repose, on le sait, sur le fait que chaque sujet connaissant dispose des mêmes moyens d'organisation, des mêmes conditions de détermination des données de la sensation en objets de connaissance. Toute connaissance débute avec la sensation ; les sensations sont des données subjectives, mais des moyens intersubjectifs d'organisation de ces données permettent de constituer à partir d'elles des objets de connaissance. Ces moyens d'orga-

2. La dernière expression est employée dans *La Valeur de la science* à la page 3. Comme Poincaré l'explique, sur cette intuition repose non seulement le principe de récurrence, mais aussi l'axiome d'homogénéité des groupes, le calcul différentiel et bien d'autres parties des mathématiques pures. L'expression « répétition possible » se justifie par la lettre même des textes de Poincaré. Dans *La Science et l'hypothèse*, p. 41, Poincaré s'exprime ainsi à propos du jugement sur lequel repose le principe de récurrence : « Pourquoi donc ce jugement s'impose-t-il à nous avec une irrésistible évidence ? C'est qu'il n'est que l'affirmation de la puissance de l'esprit qui se sait capable de concevoir la *répétition indéfinie* d'un même acte dès que cet acte est une fois *possible*. L'esprit a de cette puissance une intuition directe et l'expérience ne peut être pour lui qu'une occasion de s'en servir et par là d'en prendre conscience. » (C'est nous qui soulignons.) À chaque fois, donc, que nous parlons de répétition possible, il faut comprendre que cette répétition est indéfinie au sens où elle peut être illimitée.

nisation intersubjectifs sont d'une part les formes de la sensibilité (capacité réceptive des sensations), l'espace et le temps, d'autre part les catégories de l'entendement, les règles, les lois de production des objets de la connaissance. Toute sensation reçoit le premier niveau de généralité en recevant l'empreinte spatio-temporelle imposée par notre sensibilité aux données de la sensation. Le matériel de l'intuition (les données de la sensation une fois qu'elles sont passées par ce moule de la sensibilité) est unifié, récolté, déterminé en objets de connaissance pour le sujet, selon les règles dictées par l'entendement à travers les catégories.

Les mathématiques interviennent deux fois dans la synthèse des objets de la connaissance. La première fois directement, en tant qu'ingrédients mêmes de la synthèse à travers les catégories mathématiques de la quantité et de la qualité. La deuxième fois indirectement, à travers le temps dans la doctrine du schématisme, qui garantit l'applicabilité des catégories de l'entendement au matériel de l'intuition. D'où leur rôle constitutif et médiateur dans la connaissance des objets de l'expérience.

En ce qui concerne le rôle constitutif des mathématiques, il faut rappeler la distinction kantienne entre essence et existence d'un concept. Comme il a été souligné par Jules Vuillemin, les quasi-objets des mathématiques, ces constructions en elles-mêmes privées de réalité objective, reçoivent leur « vérité » au moment où, dans l'analytique transcendantale, la mathématique est montrée sous son aspect d'ingrédient nécessaire, constitutif de l'expérience possible[3]. Les mathématiques pures sont apodictiques, mais puisque le procédé de construction des concepts a trait à l'essence et non à l'existence, la question de la vérité, en tant qu'adéquation entre la chose et sa représentation, ne se pose pas pour les jugements mathématiques. Les objets mathématiques purs ne sont que des représentations auxquelles aucune chose en soi ne correspond. Ce n'est que lorsqu'on passe au domaine de l'existence, à la physique, à l'expérience possible, que la question de la vérité, de la validité objective peut être posée. Toutefois, dans la constitution d'une science physique, d'une théorie des corps, la texture mathématique des objets est une des garanties essentielles de la scientificité. Le passage de l'introduction aux *Principes métaphysiques de la natur*e, cité par Vuillemin, est en ce sens explicite :

> Je prétends que dans toute théorie particulière de la nature, on ne peut attendre la science *proprement dite* qu'autant qu'on y trouve de mathématique. Car, d'après ce qui précède, tout ce qui mérite le nom de science, surtout dans le domaine de la nature, exige une partie pure, qui sert de fondement à la partie empirique et qui repose sur la connaissance *a priori* des choses de la nature. Or on appelle connaissance *a priori* d'une chose, une connaissance à partir de la possibilité de la chose. Mais la possibilité des choses naturelles déterminées ne peut pas être connue à partir des simples

3. Vuillemin, *Physique et métaphysique kantienne*, p. 14.

> concepts. Car ceux-ci peuvent fournir sans doute la connaissance de la possibilité de la pensée (*Gedanken*) (savoir qu'il n'y a pas de contradiction interne) mais non la connaissance de celle de l'objet comme chose naturelle, lequel peut être donné en dehors de la pensée (comme existant). Donc pour connaître la possibilité des choses naturelles déterminées, par conséquent pour les connaître *a priori*, il est exigé quelque chose de plus : savoir que soit donnée *l'intuition a priori* qui correspond au concept, c'est-à-dire que le concept soit construit. Or, la connaissance rationnelle par construction des concepts est mathématique. Donc [...] une théorie pure de la nature concernant des choses *déterminées* (théorie des corps et théorie des âmes) n'est possible que par le moyen des mathématiques et comme dans toute théorie de la nature il n'est possible d'atteindre de science proprement dite que dans la mesure où il s'y trouve une connaissance *a priori*, la théorie de la nature ne contiendra de science proprement dite qu'autant qu'en elle la mathématique pourra s'appliquer[4].

Deux remarques à propos de ce texte nous permettront d'introduire certains aspects de la conception kantienne repris par Poincaré.

La première remarque porte sur l'opposition entre possibilité de la pensée d'une chose en général et possibilité de la connaissance d'une chose déterminée. Le texte des *Principes* présuppose trois niveaux auxquels il faut ramener l'analyse de la connaissance. Ces trois niveaux sont la possibilité logique, la possibilité réelle et l'objectivité[5]. La connaissance est connaissance d'objets par les concepts. Un concept est logiquement possible lorsqu'il peut être pensé, c'est-à-dire lorsqu'il est non contradictoire. Un concept est réellement possible lorsqu'il est en accord avec les conditions de l'intuition ; cela signifie que ses objets (les objets qui tombent sous ce concept) peuvent être exhibés dans l'intuition, ils sont possibles pour nous, car ils sont des objets dont nous pouvons avoir l'expérience, soit qu'il s'agisse d'objets qui nous sont donnés comme choses naturelles de l'extérieur, soit qu'il s'agisse d'objets qui peuvent être construits dans l'intuition pure. Enfin, un concept est objectif lorsqu'il concerne réellement un objet de l'expérience, lorsqu'il a trait à des choses naturelles qui ne sont pas que possibles en général, mais sont déterminées et existantes. Kant affirme donc que la connaissance *a priori* des choses déterminées de la nature (donc des choses existantes, données à nous par le sens externe) n'est possible que grâce à l'application des mathématiques. Par les mathématiques pures, nous avons la possibilité réelle des choses en général ; lorsque nous les appliquons, c'est-à-dire lorsque nous considérons leur contribution à la constitution des objets de l'expérience, nous pouvons par elles connaître *a priori* certains aspects des objets. La connaissance de ces aspects rend possible une théorie *a priori* des corps.

---

4. Kant, *Principes métaphysiques de la science de la nature*, Vorrede 360, traduction de J. Vuillemin.

5. Voir aussi à ce propos l'analyse de Brittan dans *Kant's Philosophy of science*, chap. 1.

Nous retrouvons chez Poincaré la même tripartition des objets de la connaissance, et donc des modes d'analyse de leurs concepts, à propos des concepts mathématiques. Comme chez Kant, ils doivent non seulement être logiquement possibles, mais aussi possibles pour nous, en accord avec les conditions de l'expérience, pour être réellement utiles et pour ne pas piéger l'esprit dans des contradictions fâcheuses. L'existence objective de certaines des constructions de l'esprit, comme le continuum mathématique, n'est rien d'autre que l'occasion que l'expérience donne à l'esprit d'appliquer à la connaissance du monde extérieur ces constructions.

La deuxième remarque concerne l'opposition entre synthèse mathématique et synthèse physique (ou dynamique), introduite par Kant dans la troisième section de l'Analytique transcendantale. La synthèse mathématique, opposée à la synthèse physique, y a été présentée comme synthèse de l'homogène, synthèse par « agrégation » de grandeurs extensives, et par « coalition » de grandeurs intensives[6]. D'une part, donc, la géométrie constitue l'expérience, et l'espace géométrique est identique à l'espace physique, car tous les phénomènes sont nécessairement des grandeurs extensives. D'autre part, la science de la mesure est constitutive de l'expérience, car tout objet de la sensation a une grandeur intensive, un degré qui peut être mesuré. Toutefois, la synthèse mathématique n'est pas suffisante pour la possibilité de la connaissance. Il y a théorie des corps, il y a physique mathématique, dans la mesure où les mathématiques peuvent être appliquées, mais elles, par elles-mêmes, sont incapables de nous donner des objets[7]. L'existence est donc posée par le concept mais n'est pas objectivable par lui. La physique mathématique, la théorie des corps déterminés, a besoin des mathématiques mais aussi de l'ontologie (ou métaphysique) qui traite de l'existence des choses en tant qu'elle est posée par leur concept de manière indéterminée. La synthèse physique, dynamique, qui constitue l'objet selon la relation et la modalité, est, par opposition à la synthèse mathématique, médiate, indirecte et indéterminée[8].

Dans la synthèse mathématique, nous avons l'évidence et l'apodicticité, car les objets y sont construits, créés par le sujet à travers ses propres

---

6. Kant, *Critique de la raison pure*, B202.

7. « Dans les problèmes mathématiques la question ne porte absolument jamais sur l'existence, mais sur les propriétés des objets en eux-mêmes, dans la seule mesure où elles sont liées avec le concept de ceux-ci. » *Ibid.* A719, cité par Vuillemin, *Physique et métaphysique kantiennes*, p. 12.

8. « [...] les principes de l'usage mathématique doivent être conçus avec une nécessité inconditionnelle, mais ceux de l'usage dynamique comportent sans doute également les caractères d'une nécessité *a priori*, mais seulement sous la condition de la pensée empirique dans une expérience, par conséquent de façon seulement médiate et indirecte ; par conséquent, ceux-ci ne contiennent non plus l'évidence immédiate (bien que cette privation ne nuise en rien à leur certitude rapportée à l'expérience en général), qui est propre à ceux-là. » Kant, *Critique de la raison pure* A160, B200, trad. Vuillemin.

actes. Dans la synthèse physique, dynamique, là ou il faut « penser l'objet au lieu de le construire, [...] le rencontrer au lieu de le créer[9] », on n'a qu'une certitude indirecte et indéterminée.

Poincaré reprend à son compte l'opposition entre les deux synthèses. À la synthèse métaphysique (ou ontologie), il substitue des cadres conventionnels, des cadres conceptuels historiquement déterminés à l'intérieur desquels la physique mathématique opère. La nature médiate, indirecte et indéterminée des notions telles qu'elles sont évoquées par ces cadres (par exemple la masse et la force dans la physique des forces centrales, ou l'énergie cinétique et potentielle dans la physique des principes) rappelle au sens strict les caractères de la synthèse dynamique de Kant.

En ce qui concerne le rôle médiateur des mathématiques dans la connaissance, nous nous limiterons à rappeler un seul point de la doctrine du schématisme. L'application des catégories aux données de l'expérience est rendue possible par la médiation de ce que Kant appelle les schèmes transcendantaux, produits de l'imagination, qui sont homogènes d'un côté à la catégorie, de l'autre aux phénomènes. Ces schèmes ne sont rien d'autre que « les déterminations du temps *a priori* d'après des règles ». L'intuition pure du temps est la condition de l'application des catégories à l'expérience ; plus spécifiquement, elle est la condition même de la science des nombres, car le nombre est le schème pur de la grandeur. Le nombre, dit Kant, n'est rien d'autre « qu'une représentation embrassant l'addition successive de l'unité à l'unité de l'homogène, [...] l'unité de la synthèse du divers d'une intuition homogène en général, du fait que je produis le temps lui-même dans l'appréhension de l'intuition[10] ». Les nombres sont donc des représentations dont la condition de possibilité est la succession temporelle, produite par l'appréhension même de l'intuition. Le nombre est la règle même de la synthèse de l'homogène, synthèse d'unités considérées seulement en ce qu'elles sont homogènes l'une à l'autre. La construction des nombres, donc, par addition successive d'unités, repose sur la répétition d'une même opération. Cette idée d'un lien intime entre la constitution de l'expérience et le fondement des mathématiques est systématiquement exploitée par Poincaré, à travers l'intuition de la répétition possible.

Les mathématiques ont donc, chez Kant, un rôle constitutif pour les objets de l'expérience, à travers la synthèse mathématique, car tous les phénomènes sont des grandeurs extensives, et tout objet de la sensation a une grandeur intensive ; elles ont aussi un rôle médiateur, car ce qui est au fondement de la science des nombres, l'intuition pure du temps, est à la fois garant de l'application aux intuitions de toutes les catégories nécessaires à la constitution de l'expérience.

---

9. Vuillemin, *Physique et métaphysique kantiennes*, p. 21.
10. Kant, *Critique de la raison pure*, A143, B182.

1.2 Intuition et convention chez Poincaré

La lettre de la solution kantienne est bien sûr irrecevable pour Poincaré, pour au moins deux raisons. D'abord, la conception de l'espace et du temps en tant que formes *a priori* de la sensibilité contraste avec la doctrine de la nature conventionnelle (libre) des choix dans la détermination des mesures de l'espace et du temps. Ensuite, les développements de la physique semblent montrer que l'idée d'un ensemble de catégories déterminées une fois pour toutes et qui seraient aux fondements de la connaissance physique est en contradiction avec l'histoire même de cette discipline. Poincaré libéralise le programme kantien par l'introduction de la notion de convention. Par le biais de celle-ci, donc, il résout à la fois la question de la géométrie et celle de l'ontologie physique. Regardons alors plus dans le détail ces deux problèmes.

1.2.1 L'espace

Il a été souligné, contrairement à une conception par ailleurs bien répandue, que la philosophie kantienne est compatible avec la formulation des géométries non euclidiennes. L'espace euclidien est l'espace de la perception. D'autres géométries sont pensables, mais elles, étant donné la structure perceptive du sujet connaissant, n'ont pas de possibilité réelle[11]. Il y a des possibilités logiques, telles que celles des figures planes à deux côtés, qui sont logiquement non contradictoires mais qui ne se conforment pas aux conditions de l'intuition pure. D'où leur impossibilité pour nous, qui n'exclut pas leur possibilité logique.

Bien évidemment, la géométrie euclidienne demeure pour Poincaré la géométrie la plus commode pour des créatures structurées comme nous et évoluant dans un milieu identique au nôtre. Il est même possible de donner une interprétation mathématique de cette commodité, à travers la théorie des groupes de déplacements, de manière à « démontrer » que l'étalon, la règle à laquelle *nous* devons rapporter les phénomènes naturels, est de préférence la règle euclidienne, sous peine de compliquer inutilement *nos* descriptions des phénomènes. Toutefois, ce qui fait vraiment problème, pour Poincaré, dans la doctrine kantienne, c'est cette identification entre espace représentatif (espace perceptif) et espace physique par le biais des catégories. Rien ne peut justifier, de son point de vue, une telle affirmation. Aucune observation, aucune expérience ne pourra jamais démontrer que l'espace physique a ou n'a pas une structure euclidienne, aucune théorie mécanique ne pourra jamais nous imposer une description géométrique de l'espace, aucune expérience ne pourra jamais trancher la question

11. Voir, par exemple, Brittan, *Kant's Theory of Science*, chap. 3. Kant aurait même, par son exemple de la figure plane à deux côtés, anticipé les géométries à courbure positives, dans lesquelles de telles figures sont possibles.

cosmologique de la forme de l'univers[12]. Pour Poincaré, il n'y a tout simplement pas d'espace physique ; il y a notre espace représentatif ; il y a l'espace géométrique, mathématique ; enfin, il y a des phénomènes, des relations entre corps que l'on peut décrire en faisant usage de l'une ou l'autre des géométries « pensables », sans que les lois décrivant ces rapports puissent nous suggérer quoi que ce soit sur l'espace lui-même[13]. La notion de convention que Poincaré évoque à propos de la géométrie sert à décrire ce rapport de sous-détermination entre théories géométriques et expérience. Il s'agit d'une sous-détermination essentielle et non accidentelle. Elle est liée essentiellement au fait que la connaissance des propriétés géométriques des corps, et donc des parties de l'espace qu'ils occupent, dépasse les limites de notre expérience possible. Ce que nous pouvons connaître, ce n'est que les relations réciproques entre les corps, mais elles ne pourront être décrites qu'une fois choisi le cadre géométrique, choix qui ne peut d'aucune manière être déterminé ou infirmé par l'expérience. La sensation, l'intuition empirique, juge ultime de l'objectivité de notre connaissance, ne peut rien nous dire sur la forme de l'espace physique. Cette question n'a donc aucun sens.

Nous voyons là à l'œuvre l'un des principes épistémologiques par lesquels Poincaré reconstitue sa théorie de la connaissance : reformuler le phénoménisme kantien en déplaçant la question du problème de la synthèse des objets de la connaissance au problème de l'objectivité des relations qu'elle peut décrire. Ce que la science peut nous faire connaître, ce ne sont pas des objets, mais des rapports entre objets. En dehors de ces rapports, il n'y a pas de réalité connaissable.

1.2.2 La physique générale et la physique mathématique

Ce même principe est au cœur de la solution de Poincaré à la deuxième des difficultés soulevées par la doctrine kantienne, vers laquelle nous devons maintenant nous tourner. La deuxième raison de l'irrecevabilité de la doctrine kantienne, nous l'avons dit, a trait aux catégories physiques de l'entendement. L'histoire de la physique nous impose de distinguer physique générale et physique mathématique proprement dite[14].

12. Parmi les nombreux textes sur ces points, voir par exemple, aux chapitres VI et VII de *La Science et l'hypothèse*, la page 112 ou les pages 132-133, où la question de l'inexistence de l'espace physique est directement liée à l'impossibilité (on devrait dire l'impossibilité réelle, en termes kantiens) de l'espace absolu : « […] l'espace absolu, c'est-à-dire le repère auquel il faudrait rapporter la terre pour savoir si réellement elle tourne, n'a aucune existence objective. » Poincaré, *La Science et l'hypothèse,* p. 133.)

13. Voir par exemple Poincaré, *La Science et l'hypothèse,* p. 101-104. Nos expériences ne portent pas sur les corps, ni sur les propriétés géométriques des corps, mais seulement sur les relations entre les corps.

14. J'entends par physique générale l'ensemble des principes qui constituent le cadre (conventionnel) dans lequel la physique mathématique opère. Dans *La Science et l'hypothèse,* Poincaré analyse ces principes dans la troisième partie, « La force », avant l'analyse de la

D'un côté, dans la physique générale, nous avons des entités telles que la masse et la force (dans le cadre de la mécanique rationnelle), ou l'énergie potentielle et l'énergie cinétique (dans le cadre du modèle énergétiste), qui ne peuvent pas à proprement parler être mesurées de manière indépendante les unes des autres. Bien évidemment, dans des systèmes astronomiques ou physiques relativement isolés, cette mesure est possible d'une manière assez précise. Hors de ces cas idéaux, toutefois, nous ne pouvons que décrire mathématiquement les relations entre ces entités. Toute tentative d'établir de manière indépendante, par exemple, quand une force est égale à une autre ou quand une masse est égale à une autre ne peut qu'échouer. Puisque, donc, les lois de la physique générale ne concernent plus des entités mesurables, bien qu'elles soient des généralisations des lois expérimentales, elles ne peuvent pas être infirmées par l'expérience. Elles ne sont donc que des conventions, que rien n'interdit de poser, car nous avons la certitude qu'aucune expérience ne pourrait les contredire, et que nous adoptons parce que certaines expériences nous ont montré qu'elles seraient commodes.

De l'autre côté, dans la physique mathématique, dans des domaines comme l'astronomie, la théorie de l'électricité, l'optique, la théorie de la lumière, nous avons des lois qui décrivent des phénomènes qui sont susceptibles de mesures indépendantes. Nous pouvons mesurer la distance entre deux corps célestes, nous pouvons mesurer l'intensité d'un courant électrique, ou la direction d'un rayon lumineux, nous pouvons mesurer la vitesse de la chute d'un corps. Nous pouvons donc examiner ces phénomènes physiques, pour ainsi dire de premier ordre, en les analysant par des notions telles que celles de distance angulaire, ou de charge électrique, ou d'angle de réfraction. Toutes ces notions sont susceptibles d'une mesure indépendante. Puisque ces entités peuvent être mesurées, les lois qui en décrivent les relations peuvent être vérifiées et donc confirmées par l'expérience.

La physique générale, conventionnelle et théorique, a son origine dans la physique mathématique des lois expérimentales, par un processus de généralisation sur ces lois physiques déterminées. La mécanique céleste a

---

Nature, domaine propre à la physique mathématique. Dans *La Valeur de la science*, la même distinction est évoquée dans les sections consacrées à la physique des forces centrales et à la physique des principes. Rappelons-nous la fameuse métaphore de Poincaré à propos de la physique mathématique : « Qu'on me permette de comparer la Science à une bibliothèque qui doit s'accroître sans cesse ; le bibliothécaire ne dispose pour ces achats que de crédits insuffisants ; il doit s'efforcer de ne pas les gaspiller. C'est la physique expérimentale qui est chargée des achats ; elle seule peut donc enrichir la bibliothèque. Quant à la physique mathématique, elle aura pour mission de dresser le catalogue. Si ce catalogue est bien fait, la bibliothèque n'en sera pas plus riche. Mais il pourra aider à se servir de ces richesses. » (*Ibid.*, p. 160.) La physique générale donne, pour filer la métaphore, les règles pour dresser le catalogue, elle donne les définitions, les invariances dont la physique mathématique doit tenir compte.

été le modèle de la physique générale des forces centrales. Son paradigme était simple : des corps dont les masses sont négligeables par rapport à leurs distances y décrivent des orbites suivant des lois régulières. Les astres, les atomes, les corps et toutes les particules dont les corps sont formés s'attirent ou se repoussent, et cette attraction ou cette répulsion, dirigée suivant la droite qui les joint, ne dépend que de la distance ; « la loi suivant laquelle cette force varie en fonction de la distance n'est peut-être pas la loi de Newton, mais c'est une loi analogue ; au lieu de l'exposant $^{-2}$ nous avons certainement un autre exposant. […] Il ne reste plus qu'à chercher dans les différents cas quelle valeur il convient de donner à cet exposant afin de rendre compte de tous les faits[15] ». La thermodynamique a été le modèle de la physique des principes, où l'on renonce à pénétrer dans le détail la structure de l'univers, à en isoler les pièces, à analyser une à une les forces qui les composent, à faire l'hypothèse de la nature corpusculaire des corps sur lesquels ces forces agissent. On ne s'intéresse qu'aux principes qui justement nous dispensent de cette étude minutieuse tout en nous permettant de comprendre et de prévoir l'évolution d'un système.

Loin de fournir la description *a priori* des actes que le sujet doit accomplir pour penser la nature en général, la physique générale n'est que le résultat des choix opérés relativement au développement de la physique à un moment déterminé de son histoire. Il s'agit de choix provisoires qui mettent certaines lois à l'abri de l'expérience, mais qui ne peuvent pas en garantir la fécondité éternelle dans le domaine de la physique[16].

La physique mathématique des lois déterminées a besoin de la physique générale conventionnelle et théorique parce que cette dernière détermine le cadre à l'intérieur duquel de nouvelles hypothèses peuvent être formulées, confirmées ou infirmées par l'expérience. D'autres physiques théoriques ont succédé à la physique des principes. Ce qui demeure, malgré le changement des cadres théoriques, c'est justement les lois déterminées de la physique, des lois décrivant mathématiquement des relations, les seules entités que nous sommes susceptibles de connaître. La permanence des lois dans l'écroulement successif des physiques générales, des cadres, ne tient qu'à la nature structurale du langage mathématique dans lequel elles sont formulées. À la synthèse physique de l'objet de la connaissance en général, Poincaré substitue des cadres conventionnels capables toutefois de garantir la possibilité de la physique, en tant que

15. Poincaré, *La Valeur de la science*, p. 124.

16. À propos du principe de conservation de l'énergie, Poincaré observe : « Comment serons-nous avertis quand il aura atteint toute l'extension qu'on peut légitimement lui donner ? C'est tout simplement quand il cessera de nous être utile, c'est-à-dire de nous faire prévoir sans nous tromper des phénomènes nouveaux. Nous serons sûrs en pareil cas que le rapport affirmé n'est plus réel ; car sans cela il serait fécond ; l'expérience sans contredire directement une nouvelle extension du principe, l'aura cependant condamné. » Poincaré, *La Science et l'hypothèse,* p. 178.

science aux lois objectives et vraies en un sens absolu. C'est la synthèse mathématique, donc, qui porte le poids de l'entreprise. Le prix de cette manœuvre n'est pas tellement l'évidence ou la nécessité de lois physiques, mais l'abandon des objets, en faveur des relations. Les hypothèses ontologiques sur la nature des objets de la connaissance sont indifférentes pour la science. « Elles peuvent être utiles, soit comme artifices de calcul, soit pour soutenir notre entendement par des images concrètes, pour fixer les idées, comme on dit. Il n'y a donc pas lieu de les proscrire. » (*La Science et l'hypothèse*, p. 167.) Il n'y a pas lieu non plus d'espérer dans leur fécondité ou leur permanence. Une hypothèse ontologique n'est pas susceptible d'être exprimée dans le seul langage mathématique. D'où sa caducité et sa stérilité en dehors du domaine psychologique.

Si, donc, la lettre de la solution kantienne est irrecevable, l'esprit de la solution de Poincaré aux problèmes de l'objectivité de la connaissance est tout à fait kantien, même si elle est d'un kantisme libéralisé.

Toute connaissance débute avec la sensation. Les données de la sensation sont subjectives. Toutefois, l'entendement (l'esprit) crée des structures symboliques, qui peuvent être communiquées par le langage, des cadres que nous imposons à nos sensations et qui permettent de les organiser. Ces cadres sont conventionnels : rien dans l'expérience ne peut justifier leurs données. D'autres choix s'offrent à nous. De l'application de ces cadres aux données de la sensation résultent non pas des objets de connaissance, mais des relations qui, elles, constituent des connaissances objectives.

Bien sûr, il y a au moins deux difficultés dans ce schéma. La première fait écho à la difficulté kantienne du schématisme, mais elle est compliquée par la nature des cadres. Comment appliquer des cadres conçus comme des constructions symboliques, véhiculées par le langage, aux données de la sensation ? Comment s'assurer que cette application est possible, possible pour le sujet connaissant ? La deuxième difficulté est encore plus pressante : Comment s'assurer que le résultat de cette application donne réellement quelque chose d'objectif, ou au moins portant les caractères de l'intersubjectivité ? Comment fonder une telle affirmation ?

Ces possibilités sont garanties par les mathématiques. Celles-ci jouent, dans le système de Poincaré, le rôle transcendantal de conditions de possibilité de l'intersubjectivité et le rôle schématique de médiateurs entre sensations et cadres. Ce sont elles qui garantissent aux données de la sensation leur cohérence, condition même de leur organisation par les cadres conventionnels. Ce sont elles qui doivent fonder sur le sujet la connaissance ; elles-mêmes doivent donc, absolument, indubitablement, être fondées sur le sujet.

1.3 Du stimulus à la science : le rôle constitutif et schématique des mathématiques chez Poincaré

Pour comprendre comment les mathématiques sont capables de remplir leur rôle constitutif et schématique dans la philosophie de Poincaré, il faut regarder attentivement le schéma que Poincaré retrace dans *La Science et l'hypothèse* pour rendre compte de la possibilité de la connaissance, du stimulus à la science.

1.3.1 Des sensations à l'espace représentatif

Les sensations sont des ici-et-maintenant irrépétables et subjectifs. Une première ré-élaboration leur vient de la simple structure perceptive des sujets et de l'interaction entre cette structure perceptive et l'environnement. Nous sommes des êtres capables de sensations externes par la vue et le toucher, capables de sensations internes, capables de mouvement. Par la seule structure de notre perception, telle qu'elle s'est constituée par sélection et en interaction avec notre environnement, nos sensations, qui d'elles-mêmes sont dépourvues de toute dimension spatiale et temporelle, en reçoivent une, mais cette dimension spatiale et temporelle n'est que subjective.

Pour le temps, Poincaré le dit explicitement dans *La Valeur de la science* (chap. II de la première partie), chacun de nous dispose d'une perception subjective et irréductible d'un ordre d'antériorité ou postériorité entre nos sensations, et de la nature continue de cet ordre temporel. Mais un tel type de perception ne peut nous donner qu'un temps psychologique qualitatif, centré sur le sujet, fait de maintenant, d'après et d'avant. Aucune intuition directe de l'égalité entre deux intervalles de temps ne peut être tirée d'un tel temps subjectif. Donc aucune mesure intersubjective pour le temps.

Pour l'espace, *La Science et l'hypothèse* et *La Valeur de la science* se complètent. Chaque sujet, doté d'une structure perceptive identique à la nôtre et vivant dans un milieu identique au nôtre, construit les mêmes relations qualitatives structurant un espace représentatif des phénomènes. Les six dimensions (en haut, en bas, à gauche, à droite, avant, arrière) de cet espace représentatif (qui est une construction du sujet, non pas une forme de la sensibilité) sont directement liées au sujet et réductibles à trois si, aux déplacements, on ajoute la rotation.

Cette première organisation subjective des données de la sensation permet de comparer subjectivement une sensation à une autre, et par là de sortir les sensations elles-mêmes de leur hicceité, de leur irrépétabilité. Bien sûr, aucune sensation ne pourra jamais être identique à une autre, mais nous pouvons déjà trouver, par comparaison dans cette structure subjective spatio-temporelle, des sensations analogues soit par leur intensité, soit par leur position par rapport à nous dans cet espace représentatif. Cette intuition de l'analogie, de la répétition possible d'une sensation, est une donnée irréductible de notre expérience, ou du moins Poincaré la traite comme telle. Son rôle essentiel est souligné à maintes reprises. Ce n'est pas une analogie passive qui fonde ce sentiment de la répétition possible des sensations, mais plutôt un acte de recherche des mêmes conditions qui ont produit la sensation. Un corps *A* se trouve en haut et à droite de mon champ visuel. Cette sensation peut être rétablie même si le corps se déplace, par un simple mouvement compensatoire de mes yeux, de ma tête, éventuellement de mon corps tout entier. Un fait isolé est peut-être essentiel pour l'histoire (« que Jean Sans Terre est passé par là voici un fait », dirait l'historien Carlyle[17]), mais il est inessentiel pour la connaissance pratique nécessaire à la survie de l'individu et, à l'autre bout de la chaîne, il est inessentiel pour la connaissance scientifique. Seuls les faits répétables comptent pour la connaissance. Donc seules les sensations répétables comptent pour la survie « et la répétition suppose le temps, c'est assez dire que le temps est antérieur logiquement à l'espace » (*La Valeur de la science*, p. 98).

1.3.2 Le cadre de la grandeur et la géométrie

Comparables subjectivement, les données de la sensation sont toutefois des données intensives, et, étant donné la structure à seuils de notre capacité perceptive, elles sont par elles-mêmes incohérentes. Soit *A* la sensation d'un poids de 10 grammes, soit *C* la sensation d'un poids de 12 grammes. Nous pouvons, en comparant ces sensations, affirmer qu'en ce qui concerne leurs intensités $A < C$, mais *B* étant la sensation provoquée par un poids de 11 grammes, nous pouvons être incapables de discerner *B* de *A* et de *C*, introduisant ainsi une contradiction insoutenable entre nos données de sensation.

Pour pouvoir utiliser ces données comparables, il faut d'abord leur imposer le cadre de la grandeur. Pour rendre leur cohérence à des données discrètes, il faut les interpréter dans le cadre du continu mathématique. Les sensations sont des grandeurs intensives et par là continues au sens mathématique du terme. Entre deux termes perçus, nous pouvons toujours en supposer un troisième, même si la faiblesse de nos appareils de perception peut ne pas nous permettre de les discerner.

Toutefois, ne risque-t-on pas de tout fausser en appliquant une telle structure à l'analyse de la sensation ? « Comparant les données brutes de nos sens et ce concept extrêmement complexe et subtil que les mathématiciens appellent grandeur nous sommes bien forcé de reconnaître une divergence[18]. » Comment être sûrs que ce cadre de la grandeur ne dénaturera pas les données de notre seul moyen d'accès au monde ? Poincaré répond que nous avons fait ce cadre de manière à ne pas dénaturer l'essentiel des données des sensations. Qu'est-ce que cet essentiel ? Rien d'autre

17. *Ibid.*, p. 158.
18. *Ibid.*, p. 25.

que la répétition possible, qui fonde la possibilité de l'analogie et, comme nous le verrons, le continuum mathématique. Ce sont les mathématiques, donc, qui transforment en grandeurs intensives, cohérentes, des sensations fournies d'une simple intensité.

Pour passer de cet espace subjectif à un espace objectif, pour que l'avant et l'arrière puissent être réduits à une seule dimension mesurée par la distance à partir d'un point de repère hors du sujet, il faudrait disposer d'une notion objective de distance, il faudrait donc pouvoir donner une méthode pour mesurer l'égalité entre deux distances. Une fois leur cohérence rendue aux principes de la sensation, pour les sortir de leur subjectivité il faut pouvoir établir des mesures dans l'espace et dans le temps qui permettent l'abolition du « je » dans l'établissement des relations spatiales ou temporelles. Rien dans la seule expérience ne pourra permettre de déterminer cette méthode. Rien dans l'expérience ne peut me dire si les segments de droites que je perçois sont des segments de droites d'une surface de Riemann ou d'une surface euclidienne. La géométrie est l'étude des groupes de transformation, et par là elle offre une multiplicité de métriques possibles. Or la question à nouveau se pose : Qui nous garantit qu'une de ces théories géométriques sera réellement applicable à nos données de sensation, une fois organisées dans le continuum mathématique ? Comment s'assurer que la donnée de ce cadre ne dénature pas la sensation en ce qu'elle a d'essentiel ? La première loi des groupes, c'est la loi d'homogénéité (l'application des opérations du groupe à ses éléments donne à nouveau un élément du groupe). Or, dit Poincaré, « [dans] le chapitre premier, où nous avons étudié la nature du raisonnement mathématique, nous avons vu l'importance qu'on doit attribuer à la possibilité de répéter indéfiniment une même opération. C'est de cette répétition que le raisonnement mathématique tire sa vertu. C'est donc grâce à la loi d'homogénéité qu'il a prise sur les faits géométriques[19] ». Ce qui garantit l'applicabilité du cadre géométrique à l'expérience, c'est donc ce qui fonde en même temps les mathématiques : l'intuition de la répétition possible.

Une fois ainsi structurées, ces données de la sensation deviennent des faits d'expérience, des faits répétables et non isolés, bases pour l'induction physique. Elle aussi prend sa source dans l'analogie entre tous les faits constatés jusqu'au présent et tous ceux que je pourrais voir par ailleurs. Elle est donc fondée à nouveau sur la répétition possible du fait, répétition probable, car elle ne se base pas que sur l'action, ce dont le sujet a le pouvoir, elle se base aussi sur le principe de l'unité et de la simplicité de la nature.

Grâce au principe d'induction empirique, nous nous retrouvons, selon Poincaré, face aux premières lois de la science, par exemple les lois de Kepler et de la chute des corps de Galilée, qui décrivent les relations entre

19. *Ibid.*, p. 88

espaces et temps parcourus par des corps. Ces lois expriment des rapports réels, dans le langage des mathématiques. La réalité de ces rapports est confirmée par l'expérience. Le futur ne pourra apporter qu'une plus grande précision de mesure des faits d'expérience impliqués dans ces lois, mais il ne pourra pas nier la réalité de ces relations. Dans le futur, nous pourrions être conduits à modifier l'interprétation ontologique de ces lois, mais cela ne pourra pas faire de lois vraies des lois fausses. Ce qui fonde donc l'intersubjectivité des relations, c'est le caractère antimétaphysique, structural du langage mathématique. Poincaré le dit aux pages 105 et 106 de *La Valeur de la science*, lorsqu'il discute de la notion d'analogie. « Qui nous a appris à connaître les analogies véritables, celles que les yeux ne voient pas et que la raison devine ? C'est l'esprit mathématique qui dédaigne la matière pour ne s'attacher qu'à la forme pure. C'est lui qui nous a enseigné à nommer du même nom des êtres qui ne diffèrent que par la matière [...] » Les mathématiques permettent la synthèse de l'homogène. Grâce au caractère structural de leur langage, l'expérience est capable de confirmer ces lois en les mettant à l'abri de tout changement de paradigme quant aux objets de notre connaissance.

1.3.3 La physique générale

Dans la reconstruction historique de *La Science et l'hypothèse,* le dernier cadre que nous imposons au monde est le cadre de la cause, par le biais de la notion de force et des lois du mouvement. Ce cadre que nous avons imposé au monde est lui aussi conventionnel, et il est exprimé par les trois lois de Newton qui sont obtenues par un processus de généralisation, qui prend les habits des mathématiques. On les obtient en cherchant les phénomènes plus élémentaires à partir des phénomènes observables. On les trouve on appliquant le procédé de dérivation. C'est par dérivation que nous passons de la considération des vitesses moyennes aux vitesses instantanées, de la considération des vitesses instantanées à leur dérivée, l'accélération. C'est la dérivée seconde de la vitesse qui nous permet de parler précisément de changement d'état d'un corps et par là de la cause de ce changement qu'on peut appeler la force. Nous obtenons ainsi par généralisation (par dérivation) les lois de Newton, dont la loi de Galilée ne devient qu'un cas particulier. À partir des lois de Newton de nouvelles lois sont dérivables par intégration, comme la loi de l'attraction universelle.

La connaissance du fait élémentaire nous permet de mettre le problème en équation ; il ne reste plus qu'à en déduire par combinaison le fait complexe observable et vérifiable. C'est ce qu'on appelle l'intégration ; c'est l'affaire du mathématicien. [...] Les mathématiques nous apprennent en effet à combiner le semblable au semblable. Leur but est de deviner le résultat d'une combinaison sans avoir à faire cette combinaison pièce à pièce. Si l'on a à répéter plusieurs fois une même opération, elles nous permettent d'éviter cette répétition en faisant connaître d'avance le résultat par une sorte d'induction. Je l'ai expliqué plus haut dans le chapitre sur le raisonnement mathématique[20].

Voilà le double rôle des mathématiques : ce qui est essentiel dans l'expérience est la possibilité de répétition qui fonde l'analogie. Il y a respect de cette donnée essentielle dans le langage mathématique, car les mathématiques ne sont rien d'autre que des constructions symboliques rendues possibles par la récursion, la répétition indéfinie de certaines opérations (actes). Ce qui rend ces constructions symboliques utiles, c'est le fait que leurs propriétés, leurs relations peuvent être établies en faisant usage, encore une fois, de cette seule intuition de la répétition possible, intuition pure du nombre, intuition de l'infini potentiel, intuition de l'analogie qui, dans sa forme empirique, est à la base de l'induction physique.

Les mathématiques sont donc constitutives de l'expérience, car elles permettent de transformer les sensations en grandeurs intensives et extensives. Elles le sont aussi car les cadres conventionnels, qui fixent l'ontologie pour la physique mathématique, sont obtenus par généralisation, une généralisation essentiellement mathématique de lois d'expérience. Les mathématiques ont un rôle schématique, car ce sont elles, et ce qui les fonde, qui garantissent l'applicabilité des cadres conventionnels à l'expérience. Partageant la nature symbolique des cadres par leurs objets (les constructions symboliques), les mathématiques rendent ces cadres possibles pour nous, c'est-à-dire applicables de manière intersubjective à nos sensations, du moment qu'ils se laissent exprimer dans le langage des mathématiques. Étant fondées sur l'intuition de la répétition possible, elles respectent la structure de l'expérience subjective, structurent déjà là toute imposition de cadres organisateurs possibles.

Nous retrouvons ici, systématiquement exploitées, les idées kantiennes de la dimension à la fois intellectuelle et sensible des mathématiques et du lien intime, à travers la doctrine du schématisme, entre les mathématiques et ce qui structure l'expérience.

2. Intuition et construction : les objets mathématiques

Est-il vrai que les mathématiques ne sont rien d'autre que des constructions symboliques dont la seule condition de possibilité, à part la capacité de manipuler des symboles, n'est que l'intuition de la répétition possible, l'intuition de l'infini potentiel ? C'est du moins ce que Poincaré essaie de montrer dans *La Science et l'hypothèse*. Je voudrais, dans l'analyse des deux premiers chapitres de ce texte, prendre mes distances vis-à-vis d'une interprétation qui voudrait que, avant la discussion avec Russell, Peano et Zermelo sur les fondements, Poincaré ait été naïvement cantorien. Je dirais plutôt qu'il s'appuie naïvement sur le schéma de la solution kantienne, en l'adaptant

20. *Ibid.*, p. 171

comme il a coutume de le faire, aux nouvelles données de la science tout en sous-évaluant les difficultés logiques d'une telle adaptation. Poincaré, en 1894, l'année où il rédige le contenu des deux premiers chapitres, ne sait pas que la logique n'est plus réductible à la syllogistique d'Aristote. Il en sous-évalue donc les effets sur la notion de construction symbolique.

Nous procéderons ici comme dans la première section. Pour éclairer les rapports entre intuition et construction chez Poincaré, nous irons au préalable chercher dans Kant comment ces notions sont agencées. Après avoir, ensuite, illustré brièvement les raisons de l'irrecevabilité par Poincaré de la solution kantienne, nous nous pencherons donc sur l'analyse du texte des deux premiers chapitres de *La Science et l'hypothèse*.

2.1 Intuition et construction dans les mathématiques kantiennes

Ce n'est que dans les rapports entre arithmétique, algèbre et géométrie que nous pourrons comprendre le rôle de la notion de construction chez Kant. Je me limiterai à considérer ces questions par rapport essentiellement à trois textes :

1) La Théorie transcendantale de la méthode (première section), dans lequel on analyse la possibilité d'appliquer, en philosophie, la méthode si solide et féconde des mathématiques. La notion de science par construction des concepts, les méthodes de la construction ostensive (propre à la géométrie) et de la construction symbolique (propre à l'algèbre) y sont illustrées.
2) L'analytique transcendantale (troisième section, Axiomes de l'intuition) dans laquelle la différence entre géométrie et arithmétique est soulignée, quant à la question de la possibilité des axiomes.
3) Les lettres à Schultz et Reheberg concernant l'algèbre (ou arithmétique générale) par rapport à la question des nombres irrationnels et imaginaires.

On suivra essentiellement sur ces questions le point de vue de Vuillemin tel qu'il est exposé dans la première partie de *Physique et métaphysique kantiennes*.

Ce n'est que par des intuitions possibles qu'un objet est donné. Nous pouvons, avec les concepts de l'entendement, aller de ces concepts à l'intuition, pure ou empirique, qui y correspond. Cela permet d'analyser un concept *in concreto*, de manière à reconnaître, *a priori* ou *a posteriori,* les caractéristiques que l'objet, ou les objets qui tombent sous ce concept doivent posséder. Lorsque l'analyse peut se faire *a priori*, la connaissance se fait par construction de concepts. Tel est le cas des mathématiques. Dans ce cas, « nous pouvons déterminer *a priori* nos concepts dans l'intuition, puisque par une synthèse uniforme nous nous créons les objets mêmes dans l'espace et dans le temps, en les considérant simplement comme des *quanta*[21] ».

21. Kant, *Critique de la raison pure*, A723/B751.

Cela veut dire qu'on opère par construction de concepts, lorsqu'on utilise ces concepts comme des règles de construction des objets qui tombent sous eux. Un concept est considéré alors sous son aspect opérationnel, de règle de construction d'objets. Cela n'est possible *a priori* que si nous nous contentons de construire ces objets en tant que simples grandeurs, c'est-à-dire si nous faisons abstraction, dans la construction, de tous les aspects qui n'ont pas trait à la quantité.

Il y a toutefois différentes règles opérationnelles, différents concepts qui donnent lieu à trois types de constructions différentes et donc à trois domaines distincts des mathématiques.

Le premier de ces domaines est l'*arithmétique pure*, dans laquelle nous construisons les nombres. Dans celle-ci, objets et opérations coïncident. Nous y considérons la quantité dans son aspect le plus pur : l'aspect cardinal, comme simple moyen de répondre à la question : À quel point une chose est-elle grande ? Nous construisons les objets qui tombent sous ce concept de quantité, les nombres, par pure synthèse de l'homogène, c'est-à-dire en considérant que les unités composant les nombres sont homogènes entre elles, et donc peuvent être additionnées les unes aux autres, successivement. L'addition des unités est donc la règle de construction liée au concept de quantité. L'addition successive présuppose le temps. C'est à cause de l'addition que la condition de possibilité des objets de l'arithmétique, les nombres, est l'intuition pure du temps. Puisque, ici, on ne fait attention qu'à la simple synthèse de l'homogène et que cette synthèse ne peut se produire que d'une seule façon (l'addition des unités), nous avons ici identité entre opération et objets. Les nombres sont donc des objets particuliers et les jugements propres à l'arithmétique, concernant les opérations concrètes sur les nombres, ne sont que des formules numériques, évidentes, indémontrables mais particulières elles aussi. L'arithmétique pure n'a pas d'axiomes, car ses jugements portent sur des objets qui sont complètement déterminés par les opérations qui les génèrent. Je ne peux construire le concept de l'addition de 7 et 5 sans construire par là l'objet concret, déterminé, singulier, 12.

> Mais quoiqu'elle soit synthétique, cette proposition [7 + 5 = 12] n'est pourtant que singulière. En tant que l'on n'envisage ici que la synthèse de l'homogène (des unités), la synthèse ne peut se produire que d'une seule manière, bien que l'*usage* de ces nombres soit ensuite général. Quand je dis : un triangle se trace avec trois lignes, dont deux prises ensemble sont plus grandes que la troisième, je n'ai ici que la pure fonction de l'imagination productive, qui peut tirer des lignes plus ou moins grandes et en même temps les faire rencontrer suivant toutes espèces d'angles qu'il lui plaît de choisir. Au contraire le nombre 7 n'est possible que d'une seule manière, et il en est de même pour le nombre 12 produit par la synthèse du premier avec 5. À de telles propositions, il ne faut donc pas donner le nom d'axiomes (car autrement il y en aurait à l'infini), mais celui de formules numériques[22].

22. *Ibid.*, B205 et s.

La *géométrie*, donc, constitue le deuxième domaine de construction de concepts. Elle opère par agrégation de grandeurs. Sa synthèse est générale, car les images, les monogrammes, que nous construisons dans l'intuition pure de l'espace ne sont pas déterminés complètement par les concepts qui leur correspondent. C'est cela qui nous permet d'avoir de véritables axiomes pour la géométrie. La construction ostensive de la géométrie porte sur les êtres mathématiques eux-mêmes synthétisés dans l'intuition de l'espace, les figures. Il n'y a pas d'identité entre ces figures et les concepts qui les génèrent[23], et pourtant, la réflexion sur ces objets peut se faire de manière totalement générale et *a priori*.

Le troisième des domaines de la construction mathématique est l'*algèbre* ou, comme l'exprime Kant dans la lettre à Schultz du 25 novembre 1788, l'arithmétique générale. L'algèbre est le royaume des constructions symboliques, la théorie des proportions euclidienne, le calcul mathématique sur les grandeurs en général, rationnelles ou irrationnelles[24]. En algèbre, il n'y a plus l'identité entre objets et opérations, telle qu'elle existe en arithmétique, car c'est justement l'opération qui y est thématisée, abstraction faite des valeurs déterminées des grandeurs soumises à opération.

> Mais la mathématique ne construit pas simplement des grandeurs (*quanta*) comme dans la géométrie ; elle construit aussi la pure grandeur (*quantitas*) comme dans l'algèbre, où elle *fait complètement abstraction de la nature de l'objet qui doit être pensé d'après un tel concept de grandeur*. Elle choisit alors une certaine *notation de toutes les constructions de grandeur en général* (des nombres), comme celles de l'addition, de la soustraction, de l'extraction de racine, etc. ; et, après avoir également désigné le concept général des grandeurs d'après les différents rapports de ces grandeurs, *elle présente dans l'intuition selon certaines règles générales, toute opération par laquelle la quantité est engendrée ou modifiée*. [...] elle parvient ainsi, *au moyen d'une construction symbolique*, tout aussi bien que la géométrie suivant une construction ostensive (des objets mêmes), là où la connaissance discursive ne pourrait jamais atteindre au moyen de simples concepts[25].

Donc c'est parce que l'algèbre fait complètement abstraction de l'objet qui doit être pensé selon cette grandeur, qu'elle opère par des constructions symboliques selon des règles. La construction symbolique ne nous donne pas des objets, mais des schémas de construction d'objets. En algèbre

23. Nous pouvons choisir, a dit Kant, des lignes plus ou moins longues et des angles plus ou moins grands.

24. « Pour des raisons qui sont liées à sa théorie de la mécanique et conformément à l'orientation d'une partie de l'école newtonienne, Kant fait du calcul différentiel et intégral une branche de la physique. Il ne reste donc à l'algèbre proprement dite, c'est-à-dire à la théorie des proportions en tant qu'elles ne changent pas ou du moins qu'on ne les étudie pas dans leurs changements, qu'à exposer les règles par lesquelles on ramène un système linéaire à une équation du type $ax = b$. » Vuillemin, *Physique et métaphysique kantiennes*, p. 49.

25. Kant, *Critique de la raison pure*, B745.

c'est l'agencement des opérations, non pas les objets, qui est présenté dans l'intuition à travers la construction symbolique. Le concept de grandeur n'est donc pas réalisé par ces signes, mais seulement symbolisé. Cela veut dire que nous ne sommes pas en mesure, à partir de ces constructions, de déterminer la grandeur spécifique qui peut être substituée au symbole. Nous ne sommes même pas assurés qu'une telle grandeur soit possible avant d'avoir effectivement opéré la construction sur une grandeur déterminée. Prenons le cas de l'expression $1 : \mathrm{x} = \mathrm{x} : a$. L'opération algébrique de l'extraction de racine nous permet de penser la grandeur a, en tant que ce qui résulte de l'extraction de la racine carrée de x. Mais elle ne nous donne que le concept d'une telle grandeur.

En effet, comme Kant le dit dans la lettre à August Rehberg du 25 septembre 1790, si la construction symbolique est telle que sa *ratio*, son rapport à l'unité est déterminé, alors on a un *vollständing Zahlbegriff*, un concept de nombre complet, auquel on peut faire correspondre quelque chose dans l'intuition grâce à l'intuition pure du temps. Par contre, si « le rapport de la *quantitas* à l'unité n'est pas déterminé », la série infinie d'approximations de $\sqrt{2}$ « n'est pas elle-même un nombre, mais seulement la règle pour l'approximation à un nombre » (AK11.210.13-14). Ainsi nous sommes incapables de présenter adéquatement le concept d'une telle quantité dans l'intuition du temps et « un tel quantum ne peut être donné *a priori* » comme nombre. La possibilité d'une telle grandeur ne peut être donnée *a priori* que par l'intuition géométrique qui nous enseigne qu'une telle grandeur peut être représentée comme la longueur de la diagonale d'un carré de côté de longueur égale à l'unité (AK.11.210 16-23).

De plus la même équation avec a négatif $1 : x = x : -a$, ne représente aucune grandeur du tout. Les nombres imaginaires n'existent pas selon Kant, et la construction symbolique $\sqrt{-a}$ est l'expression d'une grandeur impossible, car il est impossible que « l'unité, grandeur *positive*, [ait] avec une autre grandeur x le même rapport que cette grandeur x a avec une grandeur négative » (lettre à Rehberg).

Malgré cette incapacité à déterminer ses propres objets par elle-même, l'algèbre est synthétique *a priori*[26]. Elle est même si étendue et si féconde que « les autres parties de la pure *mathesis* attendent leur croissance surtout de l'extension de cette doctrine générale des grandeurs ». La nature synthétique des jugements de l'algèbre tient en effet aux constructions symboliques par lesquelles elle opère. Les symboles n'y ont pas qu'un rôle conventionnel, ils prennent leur sens à partir des opérations qu'ils permettent. La construction des objets y est donc rendue sensible par le biais des symboles. Il demeure toutefois nécessaire de contrôler sa possibilité (logique et réelle) pour donner à ces constructions symboliques leurs significations.

26. Lettre à Schultz, § 3.

En somme, la construction arithmétique des nombres est particulière et évidente, car elle présuppose l'identité entre objet et opération. La construction des figures géométriques, par ostension, est générale et évidente, car elle pose des objets et permet de réfléchir directement sur eux. La construction symbolique de l'algèbre n'opère pas à proprement parler avec des objets. Elle est le royaume des opérations offertes à la sensibilité par des symboles. Elle est générale, mais l'existence d'un objet pouvant instancier le symbole doit faire l'objet d'une construction arithmétique ou géométrique ultérieure.

2.2 *Intuition et construction symbolique chez Poincaré*

De nouveau, la lettre de la solution kantienne à la question de la nature des objets mathématiques est irrecevable par Poincaré, cela pour au moins deux raisons. Il ne peut pas nier pour l'arithmétique l'existence d'axiomes. Il ne peut pas accepter une conception aussi restreinte de l'algèbre.

En ce qui concerne le premier point, puisque Poincaré, à la différence de Kant, connaît la puissance et la souplesse des définitions récursives, implicites d'un concept, il ne se prive pas de donner, à partir de l'unité et de la fonction successeur laissées comme indéfinies, des axiomes pour l'arithmétique. Chaque nombre naturel est alors une construction symbolique, finie, dont les propriétés peuvent être vérifiées analytiquement. On n'a pas besoin, à la différence de Kant, d'avoir recours à l'intuition pour cela, mais à la simple capacité de manipuler des symboles, capacité implicite pour quiconque parle un langage. C'est à cause de cela que, malgré le ton ouvertement kantien des interrogations du début du chapitre premier de *La Science et l'hypothèse*, la position de Leibniz est évoquée immédiatement à propos des « formules numériques » : 7 + 5 = 12 n'est pas un jugement synthétique *a priori*. Il s'agit d'un jugement analytique, démontrable à partir d'axiomes généraux.

En ce qui concerne le deuxième point, il faut certainement, du point de vue de Poincaré, libéraliser l'algèbre. À cause d'un préjugé, Kant veut « contrôler » la signification des constructions algébriques par des constructions d'objets dans l'intuition. Chez lui, l'opération est encore subordonnée à l'objet, elle doit toujours lui demander ses crédits. Il faut donc, pour Poincaré, libérer l'opération et ne faire de l'objet qu'un produit dérivé. De plus, Poincaré ne peut pas évidemment reprendre la solution de Kant pour les nombres réels. Si l'on affirme la nature conventionnelle des êtres géométriques, si l'on affirme que c'est grâce aux mathématiques que les géométries s'appliquent à l'expérience, on ne peut pas alors invoquer l'intuition géométrique pour les objets des mathématiques.

Toutefois, si l'on donne aux constructions symboliques un tel pouvoir, si l'on reconnaît le caractère analytique de l'opération d'agencement de symboles, comment peut-on encore affirmer le caractère synthétique des mathématiques ? La solution de Poincaré est simple : il renverse le raisonnement kantien. Kant pensait que les raisonnements mathématiques étaient analytiques, tandis que les représentations auxquelles ils s'appliquaient, nombres, figures, constructions symboliques, demandaient de l'intuition et étaient donc irréductibles au langage. Poincaré reconnaît aux objets et aux constructions leur nature analytique et linguistique, pour insister sur la nature synthétique des raisonnements mathématiques.

Les propriétés de la suite infinie, illimitée des nombres, ainsi que les propriétés des opérations que l'on peut définir sur les nombres, ne peuvent être démontrées qu'en faisant usage de l'intuition de la répétition possible telle qu'elle se manifeste par exemple dans le principe d'induction mathématique. Ce qui fonde l'arithmétique dans le sujet, ce qui lui confère son caractère synthétique, n'est que l'exemple le plus clair et le plus simple du raisonnement mathématique par excellence. Dans l'article « Les mathématiques et la logique » de 1905, en se défendant d'une interprétation trop restrictive de sa pensée, Poincaré affirme :

> Je ne voulais pas dire, comme on l'a cru, que tous les raisonnements mathématiques peuvent se réduire à une application de ce principe. En examinant ces raisonnements d'un peu près, on y verrait appliqués beaucoup d'autres principes analogues, présentant les mêmes caractères essentiels. Dans cette catégorie de principes, celui de l'induction complète est seulement le plus simple de tous et c'est pour cela que je l'ai choisi pour type[27].

Pour comprendre à quels principes Poincaré fait ici allusion, il faut se rappeler de ce qu'on a dit plus haut du calcul, des processus d'intégration et de dérivation. La défense de Poincaré est correcte. Si l'on lit attentivement *La Science et l'hypothèse*, on trouve un ensemble systématique de renvois au chapitre premier et à l'intuition de la répétition possible, qui y est présentée. D'ailleurs, déjà le chapitre II de ce même livre, consacré à la « création » du continu mathématique, illustre et anticipe toute la pensée de Poincaré sur les rapports entre intuition et construction.

L'ensemble du chapitre évoque, bien qu'implicitement, la division kantienne entre possibilité logique, possibilité pour nous et existence concrète.

La possibilité logique des réels est garantie par une construction linguistique, celle des coupures de Dedekind, qui conçoit le réel comme la frontière commune entre deux classes de rationnels telles que l'on ne puisse trouver ni dans la première classe un nombre plus petit que tous les autres, ni dans la seconde un nombre plus grand que tous les autres. ÷2 est le symbole d'une construction (c'est l'expression utilisée par Poincaré et attribuée à tort à Dedekind) d'une répartition de tous les nombres rationnels en deux classes : ceux dont le carré est plus grand que 2 (première classe), ceux dont le carré est plus petit que 2 (deuxième classe). La possibilité de

27. Poincaré, « Les mathématiques et la logique », novembre 1905, p. 818.

cette construction en tant que construction symbolique n'est que sa non-contradiction.

Toutefois, à cette possibilité logique, Poincaré associe une possibilité réelle, fondée sur la répétition de l'action d'intercaler, et donc sur l'intuition de l'avant et de l'après. La première intuition est évoquée ouvertement par Poincaré, pour le passage des entiers aux rationnels, mais encore à nouveau pour celui des rationnels aux réels :

> Partons de l'échelle des nombres entiers, entre deux échelons consécutifs, intercalons un ou plusieurs échelons intermédiaires, puis entre ces échelons à nouveaux d'autres et encore ainsi de suite indéfiniment. Nous aurons ainsi un nombre illimité de termes, ce seront les nombres que l'on appelle fractionnaires rationnels ou commensurables. Mais ce n'est pas assez encore ; entre ces termes qui sont pourtant déjà en nombre infini, il faut encore en intercaler d'autres que l'on appelle irrationnels ou incommensurables[28].

Un peu plus loin, il ajoute à propos de leur possibilité réelle :

> On dira peut-être aussi que les mathématiciens qui se contentent de cette définition sont dupes de mots, qu'il faudrait dire d'une façon précise ce que sont chacun de ces échelons intermédiaires, expliquer comment il faut les intercaler et démontrer qu'il est possible de le faire. Mais ce serait à tort ; la seule propriété de ces échelons qui intervienne dans leurs raisonnements, c'est celle de se trouver avant ou après tels autres échelons ; elle doit donc seule aussi intervenir dans la définition[29].

Ce texte précède immédiatement celui où Poincaré déclare que l'existence en géométrie n'est que la non-contradiction. Mais sans lier cette affirmation à celle qu'on vient de citer, on ne comprendrait pas comment il est possible que jamais Poincaré ne se préoccupe de garantir la non-contradiction des raisonnements sur ces échelons. En effet, en donnant priorité logique à la définition de Dedekind, ou bien il faut admettre qu'il y a là une intuition d'objet infini qui garantit la construction, ou bien il faut pouvoir démontrer que l'objet défini par Dedekind en tant que simple construction symbolique est cohérent. Mais puisque cet objet est défini par les coupures qui sont des ensembles infinis en acte de rationnels, il faudrait d'abord montrer la cohérence de ces derniers, (des ensembles infinis en acte), ce qui est impossible. S'il n'y a pas besoin d'une telle démonstration, c'est parce que l'intuition de la répétition fonde[30] les réels et en assure le statut :

---

28. Poincaré, *La Science et l'hypothèse*, p. 47.

29. *Ibid.*, p. 48.

30. Il ne faut pas oublier à ce propos ce que Poincaré dit en 1905-1906, en s'exprimant à propos de la différence entre axiomes et définitions. Ou bien des axiomes sont évidents en soi, c'est-à-dire qu'ils ont un contenu intuitif qui leur vient du fait d'être conformes aux conditions de l'expérience. Dans ce cas-là, ils sont des axiomes indémontrables, et on ne peut pas les considérer comme des définitions déguisées : ils sont des jugements synthétiques. Ou

> De même, dès que nous avons été amené à intercaler des moyens entre deux termes consécutifs d'une série, nous sentons que cette opération peut être poursuivie au-delà de toute limite et qu'il n'y a pour ainsi dire aucune raison intrinsèque de s'arrêter[31].

La possibilité logique des réels est donnée par une partition exprimée par un symbole. Leur possibilité pour nous, leur conformité à la structure de l'expérience possible, est garantie par le fait que lorsqu'on raisonne sur ces objets la seule propriété qui intervienne est liée à la place que ces objets occupent dans une suite, et cette dernière notion est à son tour garantie par l'intuition de la répétition possible. Toutefois, à la possibilité pour nous il faut encore associer l'existence objective de ces constructions, car la science des mathématiques « n'a pas pour objet de contempler éternellement son nombril ; elle touche à la nature[32] », et c'est par là que ces objets acquièrent existence objective :

> Mais se contenter de cela [la définition de Dedekind], ce serait trop oublier l'origine de ces symboles, il reste à expliquer comment on a été conduit à leur attribuer une sorte d'existence concrète. [...] Aurions-nous la notion de ces nombres si nous ne connaissions d'avance une matière que nous concevons comme divisible à l'infini, c'est-à-dire comme un continu[33] ?

Aurions-nous envisagé la construction symbolique des rationnels sans les paradoxes de la perception ? Aurions-nous envisagé la construction symbolique des irrationnels, aurions-nous envisagé de continuer à intercaler des nouveaux échelons, si nous ne nous étions pas trouvés face aux paradoxes de l'intuition géométrique[34] ? La réponse est évidemment non.

La construction symbolique est donc le produit de la faculté créatrice de l'esprit. Le continu mathématique n'est qu'un système particulier de symboles. Mais, Poincaré l'a dit au chapitre premier de *La Science et l'hypothèse*, le procédé par construction est un procédé analytique, qui

bien ils ne sont pas évidents, et donc ils demandent à être justifiés par des démonstrations de non-contradiction. Si l'on possède de telles démonstrations, les axiomes jouent alors le rôle de définitions déguisées. Ils sont analytiques. (Poincaré, « Les mathématiques et la logique », novembre 1905, p. 819-820, et janvier 1906, p. 31 et s.

31. Poincaré, *La Science et l'hypothèse*, p. 53.

32. Poincaré, « Les mathématiques et la logique », mai 1906, p. 301.

33. Poincaré, *La Science et l'hypothèse*, p. 51, Dans « Les mathématiques et la logique », janvier 1906, p. 50, Poincaré parle d'existence objective opposée à la simple existence par non-contradiction.

34. « [...] on dit que deux lignes qui se traversent ont un point en commun et cette vérité paraît intuitive. Mais elle impliquerait contradiction si l'on concevait les lignes comme des continus de premier ordre c'est-à-dire si sur les lignes tracées par le géomètre ne devaient se trouver que des points ayant pour coordonnées des nombres rationnels. La contradiction serait manifeste dès qu'on affirmerait l'existence des droites et des cercles. » (Poincaré, *La Science et l'hypothèse*, p. 54.)

nous fait rester au même niveau d'analyse, sans nous permettre de nous élever du particulier au général. La construction est une condition nécessaire mais pas suffisante des progrès des mathématiques. Ce qui rend ces constructions utiles, c'est le fait que les raisonnements les concernant peuvent s'appuyer sur l'intuition de la répétition possible.

3. Conclusion

Le but de ce travail était de montrer comment la pensée de Poincaré pouvait s'éclairer par les textes kantiens. Nous avons cherché à montrer la profonde analogie entre la notion de cadre conventionnel de la physique chez Poincaré et les caractéristiques de la synthèse dynamique (physique) chez Kant. Nous avons cherché dans la synthèse mathématique de l'homogène chez Kant les origines de l'intuition de la répétition possible chez Poincaré et de son rôle constitutif et schématique dans la connaissance. Nous avons enfin montré comment la notion de construction symbolique kantienne était renouvelée par Poincaré, par son analyse des pouvoirs créateurs de l'esprit. On a utilisé pour Poincaré maintes étiquettes : conventionnaliste, pragmatiste, occasionnaliste, constructiviste. Si notre analyse est correcte, on devrait plutôt reconnaître que ce qui guide la pensée de Poincaré, c'est l'intuitionnisme kantien. Une fois libéralisé, il offre encore à Poincaré les moyens d'expliquer la science moderne, en la fondant sur le sujet.

Au-delà de la verve polémique avec laquelle il défendra sa position après *La Science et l'hypothèse*, la philosophie des mathématiques de Poincaré repose sur trois idées simples implicites encore en 1904, mais tout à fait cohérentes avec les affirmations qui y sont avancées. On peut les résumer ainsi :

a) Une construction symbolique est sans danger si elle part du point de vue de l'extension, sans se laisser piéger par les facilités du point de vue de la compréhension.
b) Si elle respecte le point de vue de l'extension, elle est prédicative : la définition de ses éléments ne présupposera jamais la définition de la totalité dont ils sont éléments.
c) Si on s'en tient aux définitions prédicatives, on accepte implicitement le principe qu'il n'y a pas d'infini actuel.

La réponse de Poincaré à ceux qui, comme Russell, critiquent sa conception de l'induction mathématique est basée essentiellement sur le rejet de l'infini en acte. Poincaré affirme que toute démonstration du principe mathématique d'induction ou bien présuppose ce même principe dans la démonstration, ou bien présuppose ouvertement ou subrepticement (à travers la donnée de définitions non prédicatives) la possibilité d'une intuition directe d'objets infinis. Or une telle intuition directe est impossible : les paradoxes le démontrent. Donc, ceux qui, comme Zermelo, prétendent substituer à cette intuition directe défaillante une intuition indirecte, à travers la donnée d'axiomes, ne font qu'exploiter dans ceux-ci notre intuition d'objets finis pour parler d'objets infinis. Cette stratégie n'est pas acceptable à moins de fournir une démonstration de cohérence (ce qui n'est pas possible). La conception des mathématiques, de leurs objets, de leurs méthodes et des limites auxquelles la pratique mathématique doit se conformer semble donc profondément cohérente chez Poincaré.

Toutefois, la mise en œuvre de ces idées simples n'est pas une tâche aisée et leurs conséquences quant à la question des mathématiques acceptables à partir de ces restrictions de principe sont loin d'être anodines. Les différentes versions que Poincaré proposera dans la tentative de définir rigoureusement la notion de prédicativité[35], ainsi que les conséquences du rejet de l'axiome du choix en témoignent. On ne niera pas pourtant que les difficultés sur lesquelles l'intuitionnisme de Poincaré achoppe ont constitué le point de départ de la réflexion de l'intuitionnisme constructiviste moderne. Ce type d'intuitionnisme ne rejette pas la nécessité de règles ou d'axiomes qui nous guident dans des constructions linguistiques d'objets, objets pouvant représenter, le cas échéant, des infinités actuelles. Il nous faut parler d'objets infinis pour faire les mathématiques modernes, mais pour justifier les règles permettant de les définir il doit nous suffire d'une intuition d'opérations, d'actes, et non pas d'objets. C'est un changement dans la sémantique, dans l'interprétation de ces constructions symboliques qui nous garantit cela. Je ne donnerai qu'un exemple : Martin-Löf a développé une théorie intuitionniste des types ramifiés (donc prédicative) sans axiome de réductibilité[36]. Les difficultés de la théorie russellienne sont éliminées, car on « admet une opération qui permet de créer le produit cartésien de toute famille donnée d'ensembles y compris l'ensemble de toutes les fonctions d'un ensemble donné dans un autre[37] ». On a ainsi des règles pour la formation du produit cartésien d'ensembles, et de familles d'ensembles[38]. Des règles pour la formation de l'union d'une famille quelconque d'ensembles[39]. Avec ces règles l'axiome de choix devient démontrable[40], et les difficultés de Poincaré sont levées. Le prix à payer pour une telle reconstruction des mathématiques ce sont les lois de la logique. N'ayant jamais envisagé une telle mutilation, l'intuitionnisme de Poincaré resta inaccompli.

35. Une analyse de ces différentes versions peut être trouvée dans le livre de G. Heinzman, *Entre intuition et analyse*.

36. Pour une analyse plus détaillée de cette question, voir Éric Audureau et Gabriella Crocco, « Intuitionnisme et constructivisme chez Brouwer ».

37. Martin -Löf, *Intuitionistic TypeTtheory*, p. 2.

38. *Ibid.*, p. 26-27.

39. *Ibid.*, p. 39-41.

40. *Ibid.*, p. 50.

Bibliographie

Audureau, Éric et G. Crocco, « Intuitionnisme et constructivisme chez Brouwer », dans Boniface J., dir., *Formes et calcul*, Paris, Hermes, à paraître.

Brittan, G., *Kant's Philosophy of science*, Princeton, New Jersey, Princeton University Press, 1978.

Heinzman, G., *Entre Intuition et analyse*, *Poincaré et le concept de prédicativité*, Paris, Albert Blanchard, 1985.

Kant, I. (s.d.), *Principes métaphysiques de la science de la nature,* trad. franç. sous la dir. de F. Alquié, Paris, Gallimard, coll. « La Pléiade », 1980.

—, (1781, 1787), *Critique de la raison pure,* trad. franç. sous la dir. de F. Alquié, Paris, Gallimard, coll. « La Pléiade », 1980.

Martin-Löf, P., *Intuitionistic Type Theory*, Naples, Bibliopolis, 1984.

Poincaré, J.H. (s.d.), *La Valeur de la science*, Paris, Flammarion, 1970.

— (s.d.) *Science et méthode*, Paris, Flammarion, 1970.

— « Les mathématiques et la logique », *Revue de métaphysique et de morale*, novembre 1905, vol. 13, p. 815-835.

— « Les mathématiques et la logique », *Revue de métaphysique et de morale*, janvier 1906, vol. 14, p. 17-34.

— « Les mathématiques et la logique », *Revue de métaphysique et de morale*, mai 1906, vol. 14, p. 294-317.

— (année), *La Science et l'hypothès*e, Paris, Flammarion, 1968.

Vuillemin, J. *Physique et métaphysique kantiennes*, Paris, Presses Universitaires de France, 2e édition, 1987.