Philosophiques

Jean-Pierre Belna, *Cantor* , Paris, Les Belles Lettres, (Coll. Figures du savoir) 2000, 238 p.

Yvon Gauthier

Volume 28, numéro 1, printemps 2001

La nature des normes

URI : https://id.erudit.org/iderudit/004926ar
DOI : https://doi.org/10.7202/004926ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)
1492-1391 (numérique)

Découvrir la revue

Citer ce compte rendu

Gauthier, Y. (2001). Compte rendu de [Jean-Pierre Belna, *Cantor* , Paris, Les Belles Lettres, (Coll. Figures du savoir) 2000, 238 p.] *Philosophiques*, *28*(1), 238–239. https://doi.org/10.7202/004926ar

Jean-Pierre Belna, *Cantor*, Paris, Les Belles Lettres, (Coll. Figures du savoir) 2000, 238 p.

La monographie que J.-P. Belna consacre au créateur de la théorie des ensembles est une introduction à la pensée de Cantor qui contient des éléments biographiques, bibliographiques et scientifiques qui n'étaient pas accessibles en français auparavant. L'auteur avait déjà abordé Cantor dans son ouvrage *La notion de nombre chez Dedekind, Cantor et Frege* (Paris, Vrin, 1996) — voir mon compte rendu dans *Philosophiques*, vol. XXV, n^o 1, 1998, pp. 126-127.

On trouvera ici le portrait nuancé d'un Cantor mathématicien de génie et paranoïaque qui a voulu justifier ses inventions mathématiques en les fondant sur des spéculations philosophiques et théologiques souvent incohérentes, sans parler de ses travaux extravagants sur la paternité baconienne de l'œuvre de Shakespeare ou sur les origines du christianisme.

Après un premier chapitre sur la vie de Cantor, l'auteur retrace l'itinéraire mathématique de Cantor en quatre chapitres pour finir sur la philosophie cantorienne de l'infini.

Si l'auteur rend compte avec justesse des premiers travaux de Cantor sur les séries trigonométriques, il nous dit que Cantor remercie Kronecker, celui qui fut son professeur et qui deviendra son ennemi juré (aux yeux de Cantor) dans un petit article de 1871 (p. 29). Or il s'agit justement d'une modification importante à la preuve cantorienne sur la représentation canonique d'une fonction d'une variable réelle par une série trigonométrique — Kronecker suggère de remplacer un argument x à valeur réelle par deux expressions arithmétiques y + x et y – x où y est une constante pour obtenir l'annulation des coefficients (à l'infini) lim cn = 0. Cette suggestion qui va dans le sens de l'arithmétisation de l'analyse sera ignorée dans les travaux ultérieurs de Cantor qui supposera que la limite existe avant le procès qui la génère (sc. Cantor *Gesammelte Abhandlungen*, Georg Holms, Hildeskeim, 1966, p. 187). La difficulté est relevée par l'auteur (p. 70) sans qu'il voie la source du problème. Cantor parle luimême d'une *Kleinigkeit*, un détail sur lequel va pourtant reposer la théorie des ordinaux transfinis puisque, comme dit Cantor, c'est parce que nous sommes déjà en possession de la notion de limite que nous savons l'approcher. Ces limites sont d'ordre croissant (pour des ensembles de points dérivés) et deviennent alors des ordinaux-limites. En 1895, Cantor pensera donner une forme normale, i.e. polynomiale, à ces ordinaux-limites de la deuxième classe de nombres avec la limite 0, une question qui n'est pas touchée par l'auteur. Quant à Kronecker, si l'auteur semble ignorer tout de son œuvre, il ne lui attribue pas tous les torts dans la polémique qui l'aurait opposé à Cantor: le petit despote, comme l'appelait méchamment Cantor, aura eu une influence considérable sur les mathématiques post-cantoriennes et l'auteur n'a pas su mesurer l'importance de Kronecker dans le débat. Pour corriger le tir, on pourra lire les travaux récents du grand historien des mathématiques H. M. Edwards, en particulier « An Appreciation of Kronecker » *The Mathematical Intelligencer* 9 (1), 1990, pp. 28-35.

Si la présentation élémentaire des résultats mathématiques est généralement correcte, quelques maladresses philosophiques émergent ici et là. Par exemple, l'auteur suppose que Gauss s'oppose à Kant en disant que pour le premier les vérités de l'arithmétique sont conceptuelles, alors que pour le second elles sont d'origine intuitive; il aurait fallu dire que la notion de nombre est a priori pour Gauss aussi, mais que pour lui la géométrie avait un caractère empirique (pp. 53 et 173). D'autres formulations sont ambiguës, comme le passage sur la non-contradiction de l'arithmétique (p. 149), qui semble exclure les preuves finitistes, ce que Gödel n'a jamais supposé. A la fin de l'ouvrage, un petit glossaire donne des définitions élémentaires de quelques termes techniques.

Le travail de J.-P. Belna sera surtout utile aux philosophes et autres non-mathématiciens qui veulent aborder la théorie cantorienne sans passer par la logique mathématique et son lourd appareillage. Dans cet esprit, *Cantor* est un exercice pédagogique fort bien réussi.

YVON GAUTHIER
Université de Montréal