

Aristote et l'analyse géométrique

Yvon Lafrance

Volume 5, numéro 2, octobre 1978

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/203101ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/203101ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Lafrance, Y. (1978). Aristote et l'analyse géométrique. *Philosophiques*, 5(2), 271–307. <https://doi.org/10.7202/203101ar>

ARISTOTE ET L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE

par Yvon Lafrance

La meilleure description ancienne que nous ayons présentement de l'analyse géométrique telle que pratiquée par les géomètres grecs est celle de Pappus d'Alexandrie qui a vécu du milieu du III^e siècle au début du IV^e siècle après J.-C.¹ Cette description se trouve dans la *Collection Mathématique* comme introduction au livre VII qui contient un ensemble de travaux groupés par les Anciens sous le titre de *Trésor de l'Analyse* (*ἀναλυόμενος τόπος*). Ce texte nous est accessible maintenant dans l'édition critique avec la traduction latine qu'en a fait Friedrich Hultsch en 1875-1878 dont une réimpression nous a été donnée en 1965². La description de l'analyse géométrique qui a servi de texte de base à tous les historiens modernes de la géométrie grecque (Heath, Hankel, Cantor, Duhamel, Zeuthen) se trouve au volume II de cette édition, p. 634-636.

Pappus distingue dans ce texte entre l'analyse d'un théorème et l'analyse d'un problème, mais comme ces deux genres d'analyse ne diffèrent entre eux que par leur champ d'application et non dans leur processus cognitif, nous laisserons de côté le cas du problème, pour nous en tenir seulement au cas du théorème. Nous traiterons donc ici seulement de l'analyse théorique, pour utiliser le langage de Pappus. Selon le texte de Pappus l'analyse géométrique consistait pour les Grecs à assumer comme vraie une proposition (P) que l'on voulait démontrer, puis à remonter de cette proposition P à

1. En plus de ce texte de Pappus, Robinson a déjà recensé huit autres passages anciens sur l'analyse géométrique, mais il reconnaît que c'est le texte de Pappus qui nous en fournit la description la plus détaillée et la plus précise (« Analysis in Greek Geometry », dans *Mind* 45 (1936) 464-473).
2. Le titre exact est : *Pappi Alexandrini Collectionis*. Quae supersunt e libris manu scriptis edidit latina interpretatione et commentariis instruxit Fridericus Hultsch. Amsterdam, Verlag Adolf M. Hakkert, 1965, 3 vol. (Nachdruck der Ausgabe Berlin, 1875).

des propositions antérieures (Q, R, S) jusqu'à ce qu'on ait atteint une proposition T connue indépendamment de la proposition P. À ce moment de l'analyse, deux cas pouvaient se présenter : ou la proposition connue T était vraie — il pouvait alors s'agir d'un axiome, d'une définition ou d'une conclusion d'une démonstration antérieure — ou elle était fausse. Dans le cas où la proposition T était fausse, alors l'analyse s'arrêtait là et les géomètres grecs considéraient ce genre de démonstration comme une réduction à l'absurde. En effet, si la proposition T était fausse, la proposition initiale P était également fausse et par conséquent la contradictoire de P était vraie. On pouvait donc assumer comme vraie la contradictoire de P et montrer qu'elle impliquait T et arriver ainsi à une absurdité. Dans le cas où la proposition T, connue indépendamment de P, était vraie, alors les géomètres grecs conseillaient de confirmer la vérité de la proposition T par une démarche synthétique. Celle-ci consistait à reprendre l'analyse en sens inverse, c'est-à-dire à poser la proposition T obtenue au terme de l'analyse et à déduire de cette proposition les propositions intermédiaires (S, R, Q) pour obtenir en conclusion la proposition initiale de l'analyse, soit la proposition P. L'analyse était donc considérée comme un processus régressif ou un mouvement ascendant de l'esprit qui allait de la conclusion cherchée, soit la proposition P, aux prémisses de cette conclusion, soient les propositions Q R S T, tandis que la synthèse était considérée comme un processus progressif ou un mouvement descendant de l'esprit qui partait des prémisses (T S R Q) pour s'avancer vers la conclusion (P).

C'est à dessein que nous venons de décrire la méthode analytique et synthétique des géomètres grecs en des termes susceptibles de neutraliser toute controverse. Sous la formulation que nous venons de lui donner, tous les commentateurs modernes seraient d'accord pour y voir la description de la méthode analytique dans le texte de Pappus. Pourtant le texte de Pappus d'Alexandrie a donné lieu à trois lectures différentes. Si l'on s'accorde pour voir dans la synthèse une méthode de déduction, par contre en ce qui concerne l'analyse l'accord n'est plus unanime. L'analyse géométrique telle que décrite par Pappus est-elle une méthode déductive ou une méthode

intuitive ? R. Robinson et H. Cherniss, s'appuyant sur les meilleurs historiens modernes des mathématiques grecques, ont soutenu que non seulement la synthèse, mais aussi l'analyse géométrique relevaient d'un processus déductif³. D'après cette lecture, l'analyse géométrique doit se comprendre de la façon suivante. Soit la proposition P à prouver. On assume d'abord que P est vraie et l'on considère ce qui se déduit de P, soit la proposition Q, ensuite ce qui se déduit de Q, soit la proposition R, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on arrive à une proposition T connue indépendamment de P. Et pour la synthèse on refait le chemin inverse. On pourrait illustrer cette double démarche de l'analyse et de la synthèse dans le tableau suivant :

<i>Analyse</i>	<i>Synthèse</i>
1. $\boxed{P} \rightarrow Q$	4. $\boxed{T} \rightarrow S$
2. $Q \rightarrow R$	3. $S \rightarrow R$
3. $R \rightarrow S$	2. $R \rightarrow Q$
4. $S \rightarrow \boxed{T}$	1. $Q \rightarrow \boxed{P}$

Selon cette lecture l'analyse géométrique possède deux caractéristiques fondamentales : (a) la proposition Q est déduite de la proposition initiale P, (b) toutes les propositions sont réciproques, c'est-à-dire $P \longleftrightarrow Q$, etc., comme le montre clairement notre tableau⁴.

Cette première lecture considérée comme traditionnelle a été contestée par F.M. Cornford dont les vues ont été en partie partagées par H.D.P. Lee, A.S.L. Farquharson et à un moindre degré par B. Einarson.⁵ Selon la seconde lecture de

3. Voir R. ROBINSON, « Analysis in Greek Geometry », dans *Mind* 45 (1936) 464-473, H. CHERNISS, « Plato as Mathematician », dans *Rev. of Metaph.* 4 (1951) 414-419.

4. Cette première lecture suppose : (a) que l'on traduise *διὰ τὸν ἐξ ἑσῶς ἀκολουθῶν* par « à travers ses conséquences successives (through its successive consequences, Robinson) ; (b) que l'on traduise *τὸ ἐξ οὗ τοῦτο συμβαίνει σκοπούμεθα* par « et nous cherchons ce qui résulte de ceci » (what results from this, Robinson). Cependant, le texte empêche Robinson d'adhérer à cette dernière traduction. Il doit donc s'en tenir à la traduction « et nous cherchons ce d'où découle ceci » (what it is from which this results). La phrase (a) dit : $P \rightarrow Q$ tandis que la phrase (b) dit : $Q \rightarrow P$. La phrase (b) constitue donc une difficulté pour la première lecture. Robinson résout la difficulté en disant que la phrase (b) n'est pas incorrecte, mais seulement inattendue. Pappus décrivait les étapes de l'analyse telles qu'elles apparaissent du point de vue de la synthèse. (Art. cit. p. 473.)

5. Voir F.M. CORNFORD, « Mathematics and Dialectic in the Republic VI-VII » (1932), article publié dans *Mind* et réimprimé dans *Studies in Plato's Metaphysics*, ed. by R.E. Allen, London, Routledge & Kegan Paul, 1965, 3^e éd. 1968, p. 68-73 ; A.S.L. FARQUHARSON,

F.M. Cornford, l'analyse doit être comprise comme une méthode intuitive et non pas déductive. Soit la proposition P à prouver. On cherche par intuition une proposition Q de laquelle on déduit P , puis on cherche de nouveau une proposition R de laquelle on déduit Q et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on arrive à une proposition T connue indépendamment de P . On peut formaliser cette double démarche de l'analyse et de la synthèse dans le tableau suivant :

Analyse	Synthèse
1. $Q \rightarrow \boxed{P}$	4. $\boxed{T} \rightarrow S$
2. $R \rightarrow Q$	3. $S \rightarrow R$
3. $S \rightarrow R$	2. $R \rightarrow Q$
4. $\boxed{T} \rightarrow S$	1. $Q \rightarrow \boxed{P}$

Selon cette seconde lecture l'analyse géométrique possède deux caractéristiques fondamentales opposées à la première lecture : (a) la proposition Q n'est pas déduite de P , mais c'est P , la proposition initiale qui est déduite de Q . Les propositions antérieures à P seraient ainsi trouvées par intuition, (b) les propositions ne sont pas réciproques comme le montre notre tableau.⁶

« Socrates' Diagram in the Meno of Plato », 86e-87a dans *Class. Quart.* 17 (1923) 21-26 ; B. EINARSON, « On certain mathematical terms in Aristotle's Logic », dans *Amer. Journ. of Philos.* 57 (1936) 33-54, 152-172 ; H.D.P. LEE, « Geometrical Method and Aristoteles' Account of First Principles », dans *Class. Quart.* 29 (1935) 118-119. Ces trois auteurs n'ont appuyé Cornford qu'incidemment. Farquharson rattache la méthode par hypothèse en *Ménon*, 86e-87a à l'analyse géométrique qu'il décrit sous une formulation qui laisse croire qu'il conçoit l'analyse comme une méthode intuitive : « Analysis of a problem or theorem starts by assuming what is to be done or proved, and so works backwards to the conditions of a direct solution. It is the method of the inventor and of everyday life » (art. cit. p. 2.). Einarson juge le commentaire du texte de Pappus par Cornford comme excellent (art. cit. p. 36, n. 18), mais lorsqu'il décrit la méthode d'analyse, il le fait en termes de méthode déductive qui suppose la réciprocité des propositions (art. cit. p. 153). Lee cite utiliser les conclusions de Cornford comme s'il adoptait son interprétation du texte de Pappus (art. cit. p. 118-119), mais cela n'est pas clairement explicité. En réalité, seul Cornford a donné une argumentation détaillée de sa position.

6. Cette deuxième lecture suppose : (a) que l'on traduise $\delta\acute{\iota}\alpha\ \tau\acute{\omega}\nu\ \epsilon\acute{\xi}\eta\varsigma\kappa\omicron\lambda\omicron\upsilon\theta\omega\nu$ par « à travers ses étapes successives » (through the succession of sequent steps, Cornford) (b) que l'on traduise $\tau\acute{o}\ \acute{\epsilon}\xi\ \tau\acute{o}\ \tau\acute{o}\upsilon\tau\omicron\upsilon\ \sigma\upsilon\mu\beta\alpha\acute{\iota}\nu\epsilon\iota\ \sigma\kappa\omicron\pi\omicron\upsilon\mu\epsilon\theta\alpha$ par « et nous cherchons ce d'où découle ceci » (and look for that (prior proposition) from which it results, Cornford). La phrase (a) dit $Q \rightarrow P$ et la phrase (b) dit également $Q \rightarrow P$. Tandis que Robinson a de la difficulté avec la phrase (b), Cornford, lui, a de la difficulté avec la phrase (a). En effet, la lecture la plus naturelle de (a) n'est pas « à travers ses étapes successives », mais « à travers ses conséquences successives » ; par conséquent, la phrase (a) devrait dire $P \rightarrow Q$ et non pas $Q \rightarrow P$. Cornford s'explique en disant que la présence de $\epsilon\acute{\xi}\eta\varsigma$ souligne l'idée de succession et non pas de conséquence logique, ce qui serait le cas $\sigma\iota\acute{\alpha}\kappa\omicron\lambda\omicron\upsilon\theta\omega\nu$ était employé seul (art. cit. p. 72, n. 1). Ce à quoi Robinson répond que $\epsilon\acute{\xi}\eta\varsigma$ ne se trouve pas dans l'expression similaire utilisée pour la définition de l'analyse dans Euclide (XIII, 1-5). (Art. cit. p. 472.)

Une troisième lecture du texte de Pappus a été proposée par N. Gulley, suivi sur ce point par R.S. Bluck.⁷ Cette troisième lecture tente de concilier les deux premières par un procédé qui consiste à diviser le texte de Pappus en deux parties. Dans la première partie du texte (ἐν μὲν γὰρ τῇ ἀναλύσει . . . καλοῦμεν σύνθεσιν), Pappus décrirait la forme intuitive de la méthode analytique tandis que dans la seconde partie du texte (διττὸν . . . πρόβλημα) il décrirait la forme déductive de l'analyse. Dans la mesure où les deux formes d'analyse s'opposent comme nous venons de le montrer, Gulley se doit donc d'admettre que le texte de Pappus est fondamentalement incohérent, conclusion pour le moins étrange surtout lorsqu'il s'agit d'un mathématicien-géomètre aussi averti que Pappus d'Alexandrie qui décrit dans un texte technique la méthode géométrique, domaine dans lequel par ailleurs on lui reconnaît une autorité particulière.⁸

7. Voir N. GULLEY, « Greek Geometrical Analysis », dans *Phronesis* 3 (1958) 1-14 ; R.S. BLUCK, *Plato's Meno*, Cambridge, Un. Press, 1961, p. 76-85, et surtout p. 77, n. 1. C'est surtout N. Gulley qui a argumenté en faveur de cette troisième lecture. On notera que si l'on excepte les grands historiens des mathématiques grecques, la controverse sur le texte de Pappus se passe entre R. Robinson, F.M. Cornford et N. Gulley. Nous ne connaissons pas d'autres études sur le sujet qui pourraient entrer dans cette controverse.
8. Voir P.H. MICHEL, *De Pythagore à Euclide*. Contribution à l'histoire des mathématiques préeuclidiennes, Paris, 1950, p. 107-108. Nous demeurons sceptique sur l'essai de conciliation des deux premières lectures par N. Gulley pour d'autres raisons aussi : 1. Ni Cornford, ni Robinson, ni les plus éminents historiens des mathématiques grecques n'ont reconnu dans le texte de Pappus deux parties qui se contredisent, mais ont lu ce texte comme deux parties qui se complètent. La première partie donne une description générale de l'analyse et de la synthèse, la seconde partie applique cette description générale au cas du théorème et ensuite au cas du problème. 2. L'expression διὰ τῶν ἐξ ἑξ ἀκολουθῶν revient trois fois dans le texte, une fois dans la première partie et deux fois dans la seconde partie. Si la première partie décrit la forme intuitive de l'analyse, il faudra comprendre l'expression ci-haute « à travers ses étapes successives » en excluant l'idée de conséquences logiques. Par contre, si la seconde partie décrit la forme déductive de l'analyse, il faudrait comprendre la même expression « à travers ses conséquences successives ». Un auteur aussi averti que Pappus ne pouvait utiliser une même expression technique en deux sens différents dans un même texte. 3. Les lectures opposées de Cornford et de Robinson sont basées sur trois phrases qui appartiennent toutes à la première partie du texte de Pappus : (a) διὰ τῶν ἐξ ἑξ ἀκολουθῶν : doit-on lire une succession de propositions ou des conséquents logiques ? (b) τὸ ἐξ οὗ τοῦτο συμβαίνει σκοποῦμεθα : doit-on lire « ce d'où découle ceci » ($Q \rightarrow P$) ou « ce qui résulte de ceci » ($P \rightarrow Q$). (c) κατὰ φύσιν τάξαντες : doit-on comprendre que l'ordre naturel des propositions est l'ordre déductif de la synthèse par opposition à l'ordre intuitif de l'analyse (Cornford), ou que l'ordre naturel des propositions est celui qui commence par la proposition T parce qu'elle est un axiome ou la conclusion d'une démonstration antérieure par opposition à l'ordre qui commence par la proposition P que l'on pose comme vraie, mais sans preuve aucune (Robinson) ? En situant la contradiction entre deux parties du texte, Gulley ne résout pas la contradiction des lectures de Robinson et de Cornford qui se basent sur la première partie du texte.

Ce long préambule que d'aucuns jugeront peut-être trop long était cependant nécessaire pour situer le cadre général de notre propos. Il ne s'agit pas pour nous de reprendre un à un tous les arguments de ce débat, mais de nous limiter à un seul qui nous a tout particulièrement intéressé. En parcourant les études des protagonistes de cette controverse, nous avons remarqué l'usage que faisaient les partisans de la forme intuitive de l'analyse géométrique, des textes d'Aristote et de ses commentateurs. Comme en de telles circonstances la pente naturelle de l'esprit humain est de lire les textes en fonction de la thèse que l'on se propose de défendre, il nous est apparu opportun de reprendre la lecture des textes d'Aristote pour eux-mêmes dans le but d'en dégager si possible la conception que le philosophe se faisait de l'analyse géométrique. Nous laisserons donc de côté pour le moment le texte de Pappus qui nous a permis ici d'établir la notion générale d'analyse géométrique pour nous limiter au témoignage d'Aristote. Nous nous demanderons si Aristote a conçu l'analyse géométrique comme un processus déductif impliquant la réciprocity des propositions ou comme un simple processus intuitif.

Cette limitation au témoignage d'Aristote présente, en ce qui concerne l'issue du débat, des avantages et des désavantages dont nous devons être conscients. Parmi les avantages signalons d'abord le fait qu'Aristote, ayant vécu à l'Académie platonicienne entre les années 367 environ et 347, était en excellente position pour connaître les recherches mathématiques de son époque. De plus, les textes d'Aristote nous reportent six siècles en arrière du texte de Pappus et à un demi-siècle environ des *Éléments* d'Euclide que l'on situe autour de 300 av. J.-C. et dans lesquels on trouve au livre XIII, 1-5 des exemples concrets d'analyse géométrique dont les sources directes pourraient bien être Eudoxe et Théétète qui ont travaillé à l'Académie de Platon au temps où Aristote y séjournait.⁹ Ajoutons enfin qu'Aristote a explicitement reconnu l'origine mathématique des termes *analysis* et *synthesis*

9. C'est du moins l'opinion de Bretschneider, Cantor, Allman, Künsberg, Heath, Loria sur le caractère archaïque d'Euclide, XIII, 1-5, que l'on fait remonter à Eudoxe et Théétète. Par contre, Tannery, s'appuyant sur Heiberg, et Friedlein ont défendu une date plus tardive de rédaction due à un scholiaste postérieur à Euclide. On trouvera un résumé de ce débat dans P.H. MICHEL, *De Pythagore à Euclide*, op. cit. p. 556-562.

(E.N. 1112b20-21, *Soph. El.* 175a26-27) et qu'il aurait été le premier à utiliser ces termes en philosophie dans leur sens proprement technique et géométrique.¹⁰ Ces avantages stratégiques des textes d'Aristote sur celui de Pappus comprennent certaines limites. Il s'agit tout d'abord de textes simplement méthodologiques et non pas d'exemples géométriques concrets de l'usage de l'analyse et de la synthèse. Dans un tel débat, il nous apparaît que les exemples concrets d'analyse géométrique mis en avant par les partisans de la forme déductive de l'analyse présentent plus de poids que les descriptions méthodologiques. À ceci s'ajoute un second désavantage. Même considérés comme textes méthodologiques, les passages d'Aristote que nous allons examiner ne traitent jamais directement de l'analyse géométrique. Nulle part Aristote ne décrit l'analyse géométrique pour elle-même comme l'a fait Pappus, mais il se sert de la notion géométrique d'analyse dans un contexte logique, physique, métaphysique ou éthique. Nous ne trouvons donc chez Aristote qu'un usage analogique de l'analyse et de la synthèse géométriques. C'est en ayant en vue ces avantages et ces désavantages du témoignage d'Aristote sur l'analyse géométrique que nous passerons en revue les textes aristotéliens sur lesquels s'appuient les partisans de la forme intuitive de l'analyse géométrique pour défendre leur interprétation du texte de Pappus d'Alexandrie. Ces textes sont au nombre de quatre pour nous en tenir aux plus significatifs.

1. *Met.* IX, 9, 1051a21-31. Nous donnons d'abord notre traduction du texte sur l'édition de W. D. Ross (*Aristotle's Metaphysics*, vol. II, 1924) :

10. Notons ici que Platon n'utilise pas le terme *analysis*, mais fait usage de *synthesis*, son corrélatif (*Pol.* 280b8, *Soph.* 263d3, *Crat.* 431c1 etc.). Cependant, en *République*, 510e-511e, Platon s'inspire de l'analyse géométrique dans sa description de la méthode dialectique en remplaçant le terme *analysis* par celui de *hypothesis*. Si Aristote a été le premier à utiliser le terme *analysis* dans son sens géométrique, le problème reste ouvert de savoir s'il l'a toujours utilisé en ce sens. R. Robinson semble sceptique sur ce dernier point lorsqu'il écrit : « It seems to be the current view that Aristotle uses the word *analysis* in only one sense, and that the sense in question is the geometrical (cf. Einarson, *AJP.* Jan., 1936). But I am not yet convinced even of the doctrine that Aristotle always uses the word in the same sense. The doctrine seems to be descended from Waitz' statement in his commentary, I, 366. » (*Analysis in Greek Geometry*, art. cit. p. 467, n. 3 fin.) Si le scepticisme de Robinson s'avérait fondé, la position des partisans de la forme intuitive de l'analyse s'en trouverait affaiblie puisqu'un usage non géométrique du terme *analysis* constituerait tout simplement un non-lieu pour les partisans de la forme déductive qui présupposent toujours que l'on parle d'analyse géométrique.

« C'est aussi par l'acte (*ἐνέργεια*) que l'on découvre (*ῥίσκεται*) les propositions géométriques (*τὰ διαγράμματα*)¹¹, en effet, c'est en divisant (*διαιροῦντες*) les figures que nous les découvrons. Si les figures géométriques étaient déjà divisées (*διηρημένα*), les propositions apparaîtraient manifestes, mais en fait elles ne sont présentes (dans les figures) qu'en puissance. Pourquoi la somme des angles d'un triangle est-elle égale à deux angles droits ? C'est parce que les angles formés autour d'un seul point sont égaux à deux droits. Si donc on élevait (*ἀνῆκτο*)¹² une parallèle au côté du triangle, la vue (*ιδόντι*) de cette parallèle rendrait immédiatement évident le pourquoi (*i.e.* cette proposition géométrique). Pourquoi tout angle (*καθόλου*) inscrit dans un demi-cercle est-il un angle droit ? C'est parce que, s'il y a égalité entre les deux moitiés du diamètre du cercle et la perpendiculaire menée à partir du centre, la vue (*ιδόντι*) (de cette division de la figure) rend évident le pourquoi pour celui qui connaît la toute première proposition (*ἐκείνο*)¹³. Il est donc évident que l'on découvre (*ῥίσκεται*) les propositions géométriques en puissance (*τὰ δυνάμει ὄντα*) en faisant passer les figures à l'acte. Et la cause en est que la pensée est un acte (*ὅτι ἡ νόησις ἐνέργεια*). »¹⁴

Un lecteur n'ayant en tête aucune thèse à prouver et qui lit ce texte pour ce qu'il dit aura sans doute quelques difficultés à établir un rapport avec la méthode analytique, du

11. Le terme *διαγράμμα* a plusieurs sens dans le vocabulaire aristotélicien. Il peut signifier : 1. une figure géométrique, 2. une construction géométrique, 3. un théorème géométrique, 4. une proposition géométrique, 5. une démonstration géométrique. Aristote utilise le terme à plusieurs reprises dans son sens géométrique (*De Caelo* I, 10, 279b34, 280a3, 1, *Pol.* V, 12, 1316a7, *E.N.* III, 5, 1112b21, *Soph. El.* 175a27, *Met.* B, 3, 998a25 *Anal. Pr.* I, 24, 41b14). Nous avons adopté ici le sens de figure et celui de proposition, bien que les propositions énoncées dans le texte soient présentées comme des preuves ou des démonstrations géométriques. À ce sujet on pourra consulter BONITZ, *Index Aristotelicus*, 173a3-11 ; TRICOT, *Aristote. La Métaphysique*, t. I, p. 138, n. 2 (1953), t. II, p. 519, n. 2 (1953) ; ROSS, *Aristotle's Metaphysics* (1948), vol. II, p. 268.
12. Il existe deux preuves du théorème que la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits : la preuve pythagoricienne qui consistait à tracer une parallèle à la base du triangle adjacente à son sommet et la preuve euclidienne qui consiste à tracer une parallèle au côté du triangle. L'emploi du verbe *ἀνῆκτο* montre qu'Aristote a en tête la preuve euclidienne (Euclide, éd. Heiberg-Stamatis, I, 32). Cf. Th. HEATH, *Mathematics in Aristotle*, p. 29-30.
13. Nous adoptons ici la lecture de Ross qui réfère *ἐκείνο* à la proposition : la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits en s'appuyant sur *Anal. Post.* 71 a 19. (*Aristotle's Metaphysics*, p. 271.) Même lecture chez Th. HEATH, *Mathematics in Aristotle*, *op. cit.* p. 271.
14. Sur ce texte nous avons consulté : J. A. STEWART, *Notes on the Nicomachean Ethics of Aristotle*, Oxford, 1892, vol. I, p. 264-266 ; W. D. ROSS, *Aristotle's Metaphysics*, (1924), Oxford, Clarendon Press, 1948, vol. II, p. 268-273 ; J. TRICOT, *Aristote. La Métaphysique*, Paris, Vrin, 1953, t. II, p. 519-521 ; F. M. CORNFORD, « Mathematics and Dialectic in the Republic VI-VII » (1932), dans *Studies in Plato's Metaphysics*, ed. by R. E. Allen, London, 1965, p. 68-73 ; N. GULLEY, « Greek Geometrical Analysis », dans *Phronesis* 3 (1958) 7-8 ; Th. HEATH, *Mathematics in Aristotle* (1949), Oxford, 1970, pp. 73-74.

moins celle que nous venons de décrire d'après le texte de Pappus. Il aura sans doute encore plus de difficulté à y discerner si Aristote a conçu l'analyse géométrique comme un processus intuitif ou déductif. Pourtant ce texte a été exploité largement par Cornford, suivi sur ce point par Gulley, pour appuyer leur thèse sur la forme intuitive de l'analyse géométrique. Mais avant de discuter des raisons de Cornford, rappelons brièvement le contexte général de notre passage. Ross a déjà fait remarquer que notre passage n'était pas à sa place à cet endroit du texte et qu'il appartenait plutôt à l'argumentation sur l'antériorité temporelle de l'acte sur la puissance (1049b17-1050a3)¹⁵. C'est dire que notre texte se situe dans le cadre d'une discussion sur l'antériorité de l'acte sur la puissance. Au début du chapitre 9, Aristote se propose de montrer que dans le domaine du Bien, l'acte est meilleur (*βελτίων*) et plus noble (*τιμιωτέρα*) que la puissance (1051a4-5). En effet, tandis que la puissance est susceptible de recevoir des contraires, par exemple la santé et la maladie, l'acte, lui, ne l'est pas, du moins pas simultanément. On est en santé ou malade et jamais l'un et l'autre simultanément. C'est pourquoi l'acte du Bien, excluant le mal, est meilleur et plus noble que la puissance du Bien qui n'exclut pas le mal (1051a5-19). C'est à ce point de son argumentation qu'Aristote passe du domaine du Bien à celui de la géométrie pour montrer l'antériorité de l'acte sur la puissance (1051a31 : 'ὥστ' ἔξ ἐνεργείας ἢ δύνάμεις). Pour cela il fait appel à l'opération de division (*διαιροῦντες*, *δηρημένα*) des figures géométriques, opération qu'il identifie à l'acte, et aux propositions géométriques qui sont en puissance dans une figure donnée, par exemple un triangle ou un angle inscrit dans un demi-cercle, propositions qui deviennent explicites et connues en acte grâce à l'opération de division. Ainsi la proposition : les angles formés autour d'un seul point sont égaux à deux droits, est en puissance dans la figure du triangle et devient connue en acte lorsqu'on divise l'espace, c'est-à-dire lorsqu'on mène une droite parallèle au côté du triangle. C'est la reconnaissance de cette proposition qui permet par ailleurs d'expliquer pourquoi la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits. Il en est de même pour l'angle inscrit dans

15. W.D. Ross, *Aristotle's Metaphysics*, *op. cit.* p. 268.

un demi-cercle. Lorsqu'on aura divisé la figure on s'apercevra que la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits et cela expliquera pourquoi tout angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit. Nous reviendrons plus loin sur ces exemples dont on trouve un écho dans la géométrie euclidienne. Pour le moment, demandons-nous s'il s'agit dans ce texte de la méthode analytique des géomètres grecs et si Aristote défend ici la forme intuitive de l'analyse géométrique. On nous permettra d'en douter. Mais examinons d'abord les deux fondements textuels sur lesquels s'appuie la lecture de Cornford.

On sait que Cornford a vu dans ce texte une « analysis of a mathematical diagram¹⁶ ». Bien qu'il traduise le terme *diairountes* (a22) par « dividing » (« drawing lines in the given figure »), il est clair qu'il considère ce terme comme synonyme de *analysis*. À l'appui de cette synonymie des termes, Cornford fait appel à *E.N.* 1112b20-21 où il est fait explicitement mention de l'analyse (*ἀναλύειν*, b20) du diagramme et à *Soph. EL.* 175a26-30 où Aristote compare l'analyse (*ἀναλύσαντες*, a 28) et la synthèse (*συνθεῖναι*, a 28) d'une argumentation dialectique à l'analyse et à la synthèse des diagrammes (*ἐν τοῖς διαγράμμασιν*, a 27)¹⁷. Ainsi l'analyse géométrique consisterait pour Aristote à saisir par intuition les éléments d'une construction ou d'une démonstration géométrique tandis que la synthèse consisterait à mettre ensemble ses éléments. De fait, en *Met. Δ*, 1014a26-b3, Aristote parle des éléments des diagrammes et des démonstrations (*τὰ τῶν διαγραμμάτων στοιχεῖα λέγεται*, a 35-36 (*τὰ τῶν ἀποδείξεων*, a 36-37) et en *Met. B*, 998a20-32 il établit une analogie entre les éléments des mots, ceux des diagrammes et ceux des êtres corporels. De ces textes Cornford dégage la conception aristotélicienne de l'analyse géométrique. Celle-ci consisterait dans la décomposition d'un tout en ses éléments premiers tandis que la synthèse serait une opération de composition d'un tout à partir de ses éléments. De plus, la saisie des éléments d'une construction ou

16. F.M. Cornford, « Mathematics and Dialectic in the Republic VI-VII », art. cit. p. 68.

17. Nous rectifions ici la référence de Cornford à *Top.* 175a27 pour *Soph. EL.* 175a26-30. Nous retrouvons la même erreur dans l'ouvrage consulté par Cornford : J. A. STEWART, *Notes on the Nicomachean Ethics of Aristotle*, Oxford, Clarendon Press, 1892, vol. II, p. 262, à la note 1112b20.

d'une démonstration géométrique serait assurée par l'intuition. Et ceci nous amène au second fondement de la lecture de Cornford. Celui-ci traduit *ὅτι νόησις ἐνέργεια* par « the reason is that the activity is intuition » ou si l'on préfère la correction textuelle de Ross (*ὅτι νήσις ἐνέργεια*) par « the intuition employed is an activity¹⁸ ». Le terme *noësis* aurait donc ici selon Cornford le sens d'intuition. Enfin, le sens qu'il donne aux termes *diairountes* et *noësis* conduit Cornford à comprendre le premier exemple donné par Aristote de la façon suivante. Le géomètre considère une figure donnée, soit un triangle. Connaissant déjà que les angles autour d'un seul point sont égaux à deux droits (*Eucl.* I, 13), il intuitionne que cette proposition antérieure est en puissance dans la figure donnée. Il rend explicite cette proposition latente ou en puissance en construisant sur la base de ce triangle une ligne parallèle au côté ($\Delta \angle$). Il apporte donc cet « élément » de la démonstration dans son actualité. Alors seulement il démontrera par déduction (la synthèse) que la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits en partant de l'hypothèse : « Soit le triangle ABC » (*Eucl.* I, 32).

Cette lecture prête flanc à une série de difficultés qu'il nous faut maintenant examiner. Ses fondements textuels sont loin d'être assurés. Il est possible, en effet, de contester le sens technique et géométrique du verbe *diairountes*. Tricot comprend le terme comme signifant tout simplement « la division de l'espace entourant le triangle »¹⁹ et l'excellent historien des mathématiques grecques, Th. Heath, suggère que le terme doit être pris évidemment dans un sens non technique et même littéral²⁰. En adoptant ce sens non technique, on arriverait sans doute à une lecture beaucoup plus naturelle du texte aristotélicien. L'opération géométrique à laquelle Aristote

18. F.M. Cornford, « Mathematics and Dialectic in the Republic VI-VII », art. cit. p. 69. Pour la correction du texte, voir W.D. Ross, *Aristotle's Metaphysics*, op. cit. p. 272.

19. J. TRICOT, *Aristote. La Métaphysique*, op. cit. p. 519, n. 4.

20. Th. Heath : « diairountes », 'dividing up', is evidently meant in a non-technical, and even a literal sense, and there is no reference to the method of mathematical analysis. The dividing up is effected by inserting additional lines, etc. » (*Mathematics in Aristotle*, op. cit. p. 216.) Voir aussi J.A. Stewart qui est du même avis que Heath et Tricot puisqu'il écrit : « The analysis of the present section *Eth. Nic.* 1112b20-24 is not to be confounded with the *diarisis* of *Met.* IX, 9, 1051a21, where Aristotle says that theorems and problems are solved by 'division', i.e. by drawing lines » (*Notes on the Nicomachean Ethics of Aristotle*, Oxford, 1892, vol. I, p. 264-265).

ferait allusion serait somme toute assez banale. Pour prouver que la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits, le géomètre part d'une figure non divisée (Δ) à partir de laquelle il trace une figure divisée ($\Delta\angle \dots$). Cette opération géométrique élémentaire n'a rien à voir avec la méthode analytique qui suppose un enchaînement de figures jusqu'à ce qu'on soit arrivé à une figure connue possible ou impossible. Si l'on sait distinguer entre la division (*diairesis*) d'une figure géométrique et l'analyse (*analysis*) au sens technique du terme d'une démonstration ou d'une construction géométrique, les textes parallèles apportés par Cornford à l'appui de sa lecture deviennent beaucoup moins probants. En *E.N.* 1112b20-21, Aristote ne parle pas de la division d'un diagramme, mais de l'analyse. Presque tous les commentateurs sont d'accord pour voir en ce texte une allusion ou mieux une analogie avec la méthode analytique des géomètres grecs. Aristote compare dans ce texte de l'*Éthique à Nicomaque* l'enchaînement régressif des constructions ou des propositions dans la démarche analytique à celui des moyens pour celui qui délibère en vue d'une fin. Si l'on soutient cette synonymie technique entre la *diairesis* et l'*analysis*, cette dernière analogie aurait-elle encore un sens compréhensible ? Où trouverait-on dans la simple division d'une figure géométrique la série des constructions ou des propositions indispensables à la méthode analytique et qui donne sa vraisemblance à l'analogie des moyens choisis en vue d'une fin ? Les autres textes (*Soph. El.* 175a26-30, *Met.* Δ , 1014e26-b3, *Met.* B, 995a20-32) tombent sous la même critique. Il y est fait mention de l'analyse de diagrammes, mais pas nécessairement de la division d'une figure géométrique. Dans ce contexte le terme *stoicheia* garde une connexion évidente avec l'*analysis*, comme l'a montré B. Einarson²¹. Les *stoicheia* sont l'ensemble des propositions ou des constructions dont est composée la preuve analytique. Or, dans les deux exemples donnés par Aristote de la division d'une figure géométrique, on ne saurait remonter au-delà d'une proposi-

21. B. EINARSON, « On certain mathematical terms in Aristotle's Logic », dans *Am. Journ. of Philology* 57 (1936) 41-42. Einarson conclut son analyse du terme *stoicheion* dans la logique d'Aristote par cette description qu'il emprunte à Zeuthen : « The group of simple propositions found by the analysis, or rather the proofs of these, constitutes the elements (*stoicheia*) of which the proposition under consideration, or rather its proof, is composed. » (P. 42, n. 46.)

tion. Soit la proposition P : la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits, la division de la figure triangle permet seulement de remonter à la proposition P' : les angles formés autour d'un seul point sont égaux à deux droits. Nous n'avons donc pas ici la série régressive de propositions que suppose la méthode analytique²². Ajoutons enfin que Proclus, qui s'y connaissait en géométrie pour avoir enseigné et rédigé un commentaire du premier livre des *Éléments* d'Euclide, mentionne trois méthodes utilisées par les géomètres grecs : la *diairesis*, l'*analysis* et la réduction à l'absurde²³. Bien qu'il soit difficile d'identifier à quel type de méthode se réfère Proclus lorsqu'il parle de la *diairesis*, il demeure néanmoins que la distinction entre la méthode de la *diairesis* et la méthode d'analyse n'est pas tout à fait étrangère à la géométrie grecque²⁴.

On peut également émettre des doutes sur le sens exclusif d'intuition que Cornford donne au terme *noêsis* à la fin de notre passage (a30-31). Une autre lecture est possible de cette dernière phrase et qui nous semble encore plus vraisemblable que celle de Cornford. Si l'on se reporte à un texte antérieur de la *Métaphysique* (Z, 1036a2-12) on y voit qu'Aristote oppose la *noêsis* à l'*aisthêsis*, affirmant que les cercles mathématiques sont des *noêta* tandis que les cercles sensibles, soit les cercles d'airain ou de bois, sont des *aisthêta*. Les premiers sont connus par la *noêsis* et les seconds par l'*aisthêsis*. L'opposition n'est donc pas ici entre l'intuition et la déduction, mais entre la pensée rationnelle et la perception sensible. Comme le passage

22. Nous ne pouvons ici que référer le lecteur aux descriptions faites par les historiens modernes de la méthode analytique à partir des propositions d'Euclide, XIII, 1-5 : Th. HEATH, *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Cambridge, 1908, vol. I, p. 137-142 ; R. ROBINSON, « Analysis in Greek Geometry », dans *Mind* N.S. 45 (1936) 470-471 ; Ch. MUGLER, *Platon et la recherche mathématique de son époque*, Strasbourg et Zurich, 1948, p. 293-296 ; P.-H. MICHEL, *De Pythagore à Euclide*, Paris, 1950, p. 538-544.

23. PROCLUS, éd. Friedlein, p. 211, 18-23.

24. Nous avançons cette mention de la division proclusienne des méthodes géométriques avec une extrême prudence. Le problème de ce texte vient de ce qu'on ignore à quoi Proclus se réfère lorsqu'il parle de la *diairesis*. S'agit-il de la méthode de division de Platon ? Mais celle-ci n'est pas à proprement parler une méthode géométrique. Cherniss croit, pour sa part, qu'il y a confusion ici entre la méthode analytique et synthétique des géomètres grecs et la méthode platonicienne de la *sunagôgê* et de la *diairesis* (« Plato as mathematician », dans *Rev. of Met.* 4 (1951) 418). Hypothèse pour hypothèse, ne pourrait-on pas suggérer que Proclus a en vue la division des figures géométriques dont parle notre texte d'Aristote ? L'avantage de notre hypothèse est de garder la division proclusienne dans le champ de la géométrie.

d'Aristote veut montrer l'antériorité de l'acte sur la puissance et non pas souligner l'aspect intuitif de la démarche géométrique, nous croyons plus vraisemblable de traduire, avec Ross et Heath, le terme *noësis* par la pensée en tant qu'opposée à la perception sensible²⁵. La *noësis* dans notre texte réfère à la pensée du géomètre, qu'elle soit d'ordre intuitif ou discursif, dont l'acte fait passer les propositions géométriques en puissance dans la figure non divisée, à l'acte. C'est pourquoi dans l'ordre de la connaissance l'acte est antérieur à la puissance. Certes notre lecture n'exclut pas la part de l'intuition dans la découverte des propositions géométriques, mais ce rôle de l'intuition nous semble davantage souligné par l'usage répété du verbe *idonti* (a26, 28) que par l'emploi du terme *noësis*. C'est en regardant la figure divisée que le géomètre a l'intuition d'une proposition géométrique qui se trouve latente dans cette figure. Et c'est par la déduction qu'il prouvera qu'elle y était effectivement. Ainsi la pensée du géomètre est-elle à la fois intuitive et déductive.

La description de l'opération géométrique que Cornford dégage du texte aristotélicien n'est pas conforme au sens technique qu'il donne au terme *diairesis* ni au sens spécifique qu'il attribue au terme *noësis*. En réalité, la description de Cornford réfère plutôt à la division d'une figure géométrique qu'à la méthode analytique²⁶. En effet, si l'on adopte la méthode analytique on se demande d'abord si telle proposition (P) géométrique est vraie ou fausse ou si telle construction (C) est possible ou impossible. On commence d'abord par poser la proposition P comme vraie ou à tracer la construction C de la

25. Ross traduit ainsi la dernière phrase du texte : « and the explanation is that the geometer's thinking is an actuality, so that the potentiality proceeds from an actuality, and therefore it is by doing that people come to know » (*Aristotle's Metaphysics*, op. cit. p. 272). Heath pour sa part traduit : « the exercise of thought is a (bringing to) actuality » (*Mathematics in Aristotle*, op. cit. p. 216-217). Pour Ross, le terme *Noësis* implique ici l'intuition et la déduction : « not exclusively by rational intuition or by perception, but by discursive thought with the aid of them » (*ibid.* p. 199).

26. La description est donnée en ces termes : « The geometer contemplates the given figure, a triangle, either drawn on paper or in the mind's eye. Knowing already that the angles about a single point are equal to two right angles (Eucl. I, 13), he divines that this prior truth is latent in the given figure (*δορῖμει ἐνπρόσχει*). He makes it explicit by producing the base of his triangle and drawing the line parallel to the side ($\nabla \angle$). He thus brings this 'element' in the demonstration into actual existence, making it visible to simple inspection. He has next to demonstrate that he has solved his problem 'Let there be a triangle ABC' (Eucl. I, 32). (« Mathematics and Dialectic in the 'Republic' VI-VII », art. cit. p. 69-70.

figure comme possible. Ensuite, on se demande quelle proposition (Q) est impliquée en P ou quelle construction (Q') est impliquée en C' et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on ait rencontré une proposition T connue indépendamment de l'analyse ou une construction T' ayant le même caractère. Si la proposition T est vraie ou la construction T' possible, alors P est vraie et C est possible. Et l'on vérifie cette vérité de la proposition T ou cette possibilité de la construction C par la synthèse. Si la proposition T est fausse ou la construction T' impossible, alors P est fausse et C est impossible. Il faut donc dans ce dernier cas reprendre l'analyse d'une autre manière. Il suffit de lire cette description de l'analyse géométrique dans le texte de Pappus pour se rendre compte que la description de Cornford n'y correspond pas du tout. En effet, dans cette description on n'assume aucune proposition géométrique comme vraie ni aucune construction comme possible, on ne retrouve pas également cette série de propositions ou de constructions qui nous mènent à une proposition connue indépendamment des autres propositions ou constructions. La discordance entre les deux descriptions de la méthode analytique, celle de Pappus et celle de Cornford, vient du fait qu'en réalité Aristote se réfère dans notre texte à la division d'une figure dans la preuve d'un théorème et qu'il a en vue la méthode synthétique telle qu'on la voit à l'œuvre dans les preuves euclidiennes²⁷. Soit le théorème : la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits (*Eucl.* I, 32). Pour le prouver le géomètre divise la figure du triangle, c'est-à-dire prolonge la base du triangle et trace une ligne parallèle à son côté. A la vue de cette figure divisée, le géomètre s'aperçoit qu'il obtient trois angles autour d'un seul point S qui forment deux angles droits en vertu du théorème I, 13 et que le théorème I, 29 sur l'égalité des angles alternes-internes lui permet de conclure que la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits. Et il en est de même pour le second exemple de l'angle droit inscrit dans un demi-cercle que l'on trouve dans Euclide, III, 31 bien que la preuve suggérée par

27. Voir, sur ce point, J.A. Stewart qui écrit : « The two proofs given here are of course 'synthetic' », and in *An. Post.* II, « Aristotle selects the latter of them for reduction to syllogistic form » (*Notes on the Nicomachean Ethics of Aristotle, op. cit.* p. 263.)

Aristote ne soit pas identique à celle d'Euclide²⁸. Que conclure des exemples donnés par Aristote sinon qu'il a en vue tout simplement la division des figures dans la démonstration des théorèmes par la méthode synthétique telle qu'on peut la voir à l'œuvre chez Euclide ? En conséquence, il nous semble difficile d'accepter *Met.* IX, 9, 1051a21-31 comme un élément indiscutable dans une preuve éventuelle en faveur de la forme intuitive de l'analyse géométrique. Qu'en est-il maintenant de notre second texte ?

2. *Eth. Nic.* III, 5, 1112b20-24. Nous donnons ici notre traduction sur l'édition I. Bywater (Oxford, 1894, 1959).

« En effet, celui qui délibère semble chercher (ζητεῖν) et analyser (ἀναλύειν) de la manière que nous venons de dire comme on analyse un diagramme (διάγραμμα) ; (il est évident par ailleurs que toute recherche n'est pas une délibération (βούλευσις) — par exemple les recherches mathématiques — par contre, toute délibération est une recherche — et ce qu'on trouve en dernier (τὸ ἔσχατον) dans l'analyse (ἐν τῇ ἀναλύσει) du diagramme est premier dans sa construction (ἐν τῇ γενέσει) ».²⁹

Ce passage se présente dans le contexte général d'une recherche de la définition de la décision (προαίρεσις, 1112a16-17) et dans le contexte plus particulier de l'objet de la délibération qui entre dans le genre de la décision (1113a9-14). L'étude de ce contexte particulier s'avère nécessaire pour l'issue de notre problème, à savoir si Aristote, comme le veulent Cornford et Gulley, défend ici une forme intuitive de l'analyse géométrique.

Aristote se demande quelles sont les choses qui peuvent être objets de délibération. Procédant de façon négative il élimine successivement les choses immuables et éternelles, tel l'univers (1112a21-23), les choses qui sont en mouvement, mais qui arrivent presque toujours de la même manière, soit par nécessité, soit par nature, par exemple les solstices et les

28. Pour plus de détails sur ces deux exemples, on consultera avec profit W.D. ROSS, *Aristotle's Metaphysics*, op. cit. p. 269-271.

29. Sur ce texte nous avons consulté : J.A. STEWART, *Notes of the Nicomachean Ethics of Aristotle*, Oxford, Clarendon Press, 1892, vol. II, p. 262-266 ; F.M. CORNFORD, « Mathematics and Dialectic in the Republic VI-VII » (1932), dans *Studies in Plato's Metaphysics*, ed. by R.E. ALLEN, London, 1965, p. 69, n. 1 ; Th. HEATH, *Mathematics in Aristotle* (1949), Oxford, Clarendon Press, 1970, p. 270-272 ; N. GULLEY, « Greek Geometrical Analysis », dans *Phronesis* 3 (1958) 7, R.A. GAUTHIER et J.Y. JOLIE, *L'Éthique à Nicomaque*, Louvain-Paris, 1959, t. II, p. 200-201.

leviers de soleil (a23-26), les choses qui ne se produisent jamais de la même manière, par exemple les sécheresses et les pluies (a26-27), enfin les choses qui proviennent de la chance comme la découverte d'un trésor (a27). D'une façon générale, on peut dire que l'homme délibère sur des choses qui dépendent de lui et qui sont l'objet de son agir (a30-31). Mais encore ici des restrictions s'imposent. L'homme ne délibère pas sur des choses qui dépendent de lui, mais dont la réalisation est rigoureusement fixée à l'avance et presque automatique. C'est le cas par exemple de l'orthographe où l'on n'a pas à délibérer sur la manière d'écrire un mot puisqu'il s'écrit toujours de la même manière (1112b1-2). L'homme délibère sur des choses qui dépendent de lui sans doute, mais en même temps qui peuvent être faites de diverses manières (b2-5). C'est pourquoi nous délibérons davantage sur des opinions que sur des sciences (b6-7). Enfin, il faut dire aussi que l'homme ne délibère pas sur des fins, mais sur les moyens (b11-20). Le médecin ne délibère pas pour savoir s'il doit guérir, ni l'orateur pour savoir s'il doit persuader son auditoire, ni le politicien pour savoir s'il doit faire une bonne législation, mais tous posent d'abord la fin et examinent les moyens d'y parvenir. C'est cette recherche des moyens dans la délibération qu'Aristote compare à l'analyse géométrique. La série des moyens recherchés dans la délibération en vue d'arriver à une fin ressemble à l'enchaînement des propositions ou des constructions obtenues dans l'analyse géométrique. Ce qui est dernier dans l'ordre de la *bouleusis*, c'est-à-dire le dernier moyen trouvé dans la série des moyens, devient le premier moyen à être réalisé dans l'ordre de la *praxis*, de même qu'en géométrie la dernière proposition ou construction trouvée dans l'analyse devient la première dans la synthèse. Soit, par exemple, P, la fin qui est fixée et Q, R, S, T les moyens trouvés dans la délibération pour obtenir cette fin. On obtient alors l'analogie suivante :

Ordre de la délibération
(analyse)

1. $P \rightarrow Q$
2. $Q \rightarrow R$
3. $R \rightarrow S$
4. $S \rightarrow \boxed{T}$

Ordre de la praxis
(synthèse)

4. $\boxed{T} \rightarrow S$
3. $S \rightarrow R$
2. $R \rightarrow Q$
1. $Q \rightarrow P$

Aristote ne donne pas dans ce passage de l'*Éthique à Nicomaque* un exemple concret d'enchaînement de moyens en vue d'une fin. Mais on peut trouver un tel exemple dans un texte parallèle, en *Met.* Z, 7, 1032b6-21, où il est question de la production de la santé par le médecin. Le médecin commence d'abord à poser dans l'ordre de la pensée (*noësis*) la fin qu'il poursuit, c'est-à-dire la santé. Puis il se met à la recherche des moyens en vue d'obtenir cette fin. La santé ne peut être obtenue qu'en rétablissant l'équilibre dans l'organisme. On obtient l'équilibre dans l'organisme par la chaleur, dans le cas où l'organisme manque de chaleur par rapport au froid. On obtient cette chaleur par la friction. Dans l'ordre de la réalisation (*poiësis*), le médecin commencera donc par la friction du corps, cette friction provoquera la chaleur de l'organisme et cette chaleur lui donnera son équilibre. Et ainsi la fin, c'est-à-dire la santé, sera atteinte. Tandis que l'*Éthique à Nicomaque* nous donnait une analyse dans l'ordre de la *bouleusis* qui aboutissait à l'ordre de la *praxis*, la *Métaphysique* nous donne ici une analyse dans l'ordre de la *noësis* et qui aboutit à l'ordre de la *poiësis*. On obtient ainsi une analogie strictement parallèle à la première :

Ordre de la pensée (analyse)	Ordre de la production (synthèse)
1. Santé → Équilibre	3. Friction → Chaleur
2. Équilibre → Chaleur	2. Chaleur → Équilibre
3. Chaleur → Friction	1. Équilibre → Santé

Nous ne doutons pas qu'il s'agisse dans ce texte d'une description sommaire de la méthode analytique et synthétique des géomètres grecs. Sur ce point tous les commentateurs seraient sans doute d'accord³⁰. Mais s'agit-il de la forme intuitive de l'analyse géométrique ? Encore ici il nous est permis d'en douter. Gulley a pris prétexte de l'usage du terme *noësis* dans le passage parallèle de *Met.* 7, 1032b6-21 pour soutenir la forme intuitive de l'analyse géométrique³¹. Mais dans ce passage de l'*Éthique à Nicomaque*, le terme *noësis* s'oppose au terme *poiësis* et cette opposition nous semblerait

30. Th. Heath, par exemple, écrit : « This is not a bad description of the working of the method of mathematical analysis » (*Mathematics in Aristotle, op. cit.* p. 271).

31. N. Gulley, « Greek Geometrical Analysis », art. cit. p. 7-8.

mieux rendue si l'on traduisait *noësis* par la pensée en général et non par un aspect particulier de la pensée, c'est-à-dire l'intuition. C'est une remarque analogue que nous faisons à propos de *Met.* 9, 1051a21-33 où le même terme *noësis* s'opposait à *aisthêsis* comme la pensée rationnelle s'oppose à la perception sensible. On pourrait aussi alléguer en faveur de la forme intuitive l'usage dans notre texte de l'*Éthique à Nicomaque* des termes *zêtein* (chercher) et *eurêsis* (découverte, 1112b19) qui renvoient davantage à un processus intuitif qu'à un processus déductif. Une fois ceci dit, les partisans de la forme intuitive demeurent à bout d'arguments. C'est qu'en réalité, la description que donne Aristote de la méthode analytique est fort incomplète et ne permet pas de trancher une question aussi complexe que celle de savoir si l'analyse pratiquée par les géomètres grecs était intuitive ou déductive. De plus, il s'agit d'une simple analogie de l'analyse dans deux domaines différents : le domaine de la géométrie qui est celui du nécessaire dans la pensée aristotélicienne et le domaine de la délibération qui est celui du contingent comme l'a révélé l'analyse du contexte de notre passage. L'analogie se devait donc de laisser dans l'ombre la forme déductive de l'analyse qui suppose des objets nécessaires, mais qui s'avère beaucoup plus difficile lorsqu'il s'agit des objets contingents que sont les actions humaines³². Certes le cas de la santé constitue un exemple privilégié en faveur de la forme déductive ($P \longleftrightarrow Q$), mais cela est dû au fait que l'équilibre est considéré dans le texte comme une définition de la santé (Ps. — Alexandre, 489, 36-490,9)³³. Or selon la doctrine des prédicables exposée dans les *Topiques*, I, 5, 101b37-102b26 la

32. Dans son commentaire sur les *Anal. Post.* I, 12, Thémistius avait vu cette différence entre l'analyse qui porte sur des objets géométriques et celle qui porte sur des objets non géométriques à laquelle il donnait le nom d'analyse dialectique. Il soulignait comment dans l'analyse géométrique, les objets étant simples et limités en nombre, les prémisses ont plus de chance d'être vraies tandis que dans l'analyse dialectique, les objets étant plus ambigus et indéfinis en nombre, les prémisses pouvaient être fausses. Thémistius, qui était un partisan de la forme intuitive de l'analyse géométrique, répondait par cette distinction à l'objection selon laquelle, si l'on acceptait la forme intuitive de l'analyse, on se trouvait aux prises avec la difficulté suivante, à savoir que de prémisses fausses peut découler une conclusion vraie. Thémistius concédait que cela pouvait se produire dans l'analyse dialectique et non dans l'analyse géométrique parce que la géométrie avait l'intuition de la vérité de ses prémisses. Voir, sur ce point, J.A. STEWART, *Notes on the Nicomachean Ethics of Aristotle*, *op. cit.*, t. I, p. 263-264.

33. Voir J. Tricot, *Aristote. La Métaphysique*, *op. cit.*, t. I, p. 381, n. 3.

définition est une formule qui exprime « l'essentiel de l'essence »³⁴, de sorte que dans une formule définitionnelle le prédicat s'échange avec le sujet. D'après cette doctrine on pourrait donc dire : la santé est un équilibre du froid et du chaud ou l'équilibre du froid et du chaud est la santé. Par contre, la chaleur et le froid pourraient être considérés comme une propriété de l'équilibre et par conséquent être interchangeables avec l'équilibre en position de sujet et de prédicat selon la loi du propre énoncée en *Top.* 102a18-19. Mais lorsqu'on arrive aux termes chaleur et friction, leur convertibilité n'est plus évidente : si toute friction engendre une chaleur, toute chaleur n'est pas due à une friction. On voit par cet exemple privilégié, parce qu'il part d'une définition et donc du nécessaire, comment il est difficile d'obtenir dans la série des moyens en vue d'une fin cette réciprocité que les géomètres grecs cherchaient à obtenir dans l'analyse des propositions ou des constructions géométriques. Dans sa description si brève de l'analyse géométrique Aristote n'avait sûrement pas en vue tous les problèmes que pouvait causer le passage de l'analyse de l'ordre géométrique à l'ordre éthique. Il n'en retient donc que les lignes générales nécessaires à son analogie. Quant à savoir s'il avait en tête la forme intuitive ou la forme déductive de l'analyse géométrique, le texte de l'*Éthique à Nicomaque* ne permet pas de trancher la question. Peut-être serons-nous plus heureux dans notre recherche en abordant un texte choisi dans l'*Organon*, ouvrage où il est facile de reconnaître l'influence des mathématiques et de la géométrie sur la pensée logique d'Aristote³⁵.

3. *Anal. Post.* I, 12, 78a6-13. Nous donnons notre traduction sur l'édition de W.D. Ross (Oxford, 1949).

« S'il était impossible de démontrer le vrai à partir du faux, l'analyse (τὸ ἀναλύειν) serait plus facile, car il y aurait nécessairement réciprocité (ἀντίστροφος). En effet, supposons que A est vrai, de ceci (τούτου) sont déduites telles choses (ταῦτα) que

34. Nous empruntons cette formule magnifique pour traduire le célèbre τὸ τί ἦν εἶναι à Jacques Brunschwig dans son excellente édition et traduction des *Topiques* (Paris, Les Belles Lettres, 1967) dont nous attendons encore malheureusement le deuxième tome.

35. B. EINARSON, « On certain mathematical terms in Aristotle's Logic », dans *Amer. Journ. Philol.* 57 (1936) 33-54, 151-172.

je sais être vraies, par exemple B. À partir de ces choses (ἐκ τούτων) je peux donc démontrer que la première (ἐκείνο) est vraie. Mais la réciprocity (ἀντιστρέφει) se rencontre davantage dans les démonstrations mathématiques parce que celles-ci prennent comme prémisses (λαμβάνουσιν)³⁶ rien d'accidentel (et en cela encore elles diffèrent des démonstrations dialectiques)³⁷, mais bien des définitions ».³⁸

Ce texte est important dans le débat qui nous occupe parce qu'il a donné lieu à deux lectures opposées : l'une soutenant la forme intuitive de l'analyse (Gulley), l'autre la forme déductive (Ross). Le point capital pour une interprétation correcte se trouve dans notre compréhension du mouvement de pensée que représentent A et B. À la suite de Pacius et de Waitz, Gulley a soutenu que A se réfère aux prémisses d'un syllogisme tandis que B se réfère à la conclusion. Le mouvement de pensée irait alors de A à B et serait simple pour Gulley tandis que pour Pacius et Waitz le texte décrirait un second mouvement de B à A. L'hypothèse d'un seul mouvement de pensée de A à B est uniquement justifiée par une preuve spéculative et par les commentaires de Thémistius et de Philopon. En effet, si B est prémisses et A conclusion d'un syllogisme, alors puisque B, selon le texte (a9) est reconnue comme vraie, d'une part, et, d'autre part, que B implique A, alors A *doit* être vraie selon la loi logique qui veut que de prémisses vraies on ne peut tirer une conclusion fausse³⁹. Et cela est logiquement vrai, que la relation entre A et B soit réciproque ou non. Par conséquent on ne saurait considérer B comme prémisses et A comme conclusion et soutenir en exclusivité la réciprocity des prémisses et de la conclusion. Si B est prémisses et si A est conclusion, comme le soutiennent les partisans de la forme déductive, alors la réciprocity n'est plus nécessaire. Dès lors Aristote aurait voulu montrer ici deux

36. Nous utilisons ici le sens technique du verbe λαμβάνειν. Voir, à ce sujet, B. EINARSON, *ibid.* p. 50-52.

37. La première différence entre la démonstration mathématique et la démonstration dialectique a été signalée en 77b27-33. Dans la démonstration mathématique le moyen terme ne peut jamais être ambigu, tandis que cela est possible dans une démonstration dialectique.

38. Sur ce texte nous avons consulté : W. D. ROSS, *Aristotle's Prior and Posterior Analytics*, Oxford, Clarendon Press, 1949, p. 548-550 ; J. TRICOT, *Aristote. Les Seconds Analytiques*, Paris, Vrin, 1947, p. 70-71 ; N. GULLEY, « Greek Geometrical Analysis », dans *Phronesis* 3 (1958), 9-12.

39. *Anal. Pr.* II, 2, 53b7-8.

choses : (a) que c'est seulement dans le cas où la relation entre A et B est réciproque que l'on peut être sûr que les prémisses sont vraies ; (b) que le texte se rapporte à l'analyse en ce sens seulement que si dans l'analyse de B on voit que A implique B qui est vrai, alors on peut être sûr que les prémisses sont vraies si la relation entre A et B est une relation réciproque⁴⁰.

Voilà bien une lecture difficile d'un texte d'Aristote qu'il est pourtant possible de lire d'une façon beaucoup plus simple et naturelle. D'après le texte d'Aristote, en effet, A ne peut pas représenter les prémisses d'un syllogisme et B la conclusion parce qu'Aristote réfère à A au singulier (*τούτο, ἐκ εἰνo*) tandis qu'il réfère à B au pluriel (*ταδι, ἐκ τούτων*). Certes, on pourrait bien accepter qu'Aristote considère la paire de prémisses comme une donnée unique qui légitimerait l'usage du singulier, mais dans ce cas on devrait reporter l'usage du pluriel sur la conclusion. Or, ce simple report est impossible puisque tout syllogisme ne suppose qu'une seule conclusion⁴¹. Par conséquent, le pluriel désignant les prémisses doit être rapporté à B tandis que le singulier désignant la conclusion doit être rapporté à A. Il est étonnant que cette donnée textuelle soulignée par Ross et qui constitue la clef d'interprétation de ce texte n'ait reçu aucune attention de Gulley qui préfère montrer que la lecture de Ross est fausse en recourant à la voie spéculative. Mais que vaut l'argument spéculatif de Gulley ? Encore là, il ne correspond pas au texte en décrivant le mouvement de pensée comme étant unique et non pas double et en considérant cet unique mouvement de pensée comme synthétique. Or, Aristote a principalement en vue ici l'analyse (*τὸ ἀναλύειν*) et son complément la synthèse. Il ne vise pas directement ici l'analyse logique d'un syllogisme, mais l'analyse en général d'un problème, analyse qui peut être appliquée cependant à un syllogisme, c'est-à-dire à la relation entre deux

40. Voici le texte de Gulley : « A is premiss, B is conclusion. For if B is premiss and A conclusion, then if B is known to be true, and B implies A, then A *must* be true, whether the relation of implicative between A and B is reciprocal or not. Thus Aristotle's illustration : (a) is a perfectly good illustration of the point that it is only if the relation between A and B is reciprocal that you can be sure that your premisses are true : (b) is relevant to analysis merely in that if, in an analysis of B, you see that A implies B, which is true, then you can be sure that your premisses are true if the relation between A and B is a reciprocal one. » (« Greek Geometrical Analysis », art. cit. p. 10-11.)

41. *Anal. Pr.* I, 25, 42b1-5.

prémisses et une conclusion. En prenant A comme prémisses et B comme conclusion, Gulley privilégie dans le texte le mouvement de pensée synthétique alors qu'Aristote est en train de décrire un mouvement de pensée analytique. Son argument spéculatif contre Ross repose sur cette méprise textuelle. Du point de vue du mouvement de la pensée le texte peut être divisé en deux parties :

- (1) ἔστω γὰρ τὸ Α ὄν· τούτου δ' ὄντος ταδὶ ἔστιν, ἃ οἶδα ὅτι ἔστιν. οἷον τὸ Β.

Cette phrase décrit un mouvement de pensée analytique et non pas synthétique, comme le suppose la lecture de Gulley. L'emploi respectif du singulier pour A et du pluriel pour B nous oblige, comme nous venons de le montrer, à considérer A comme une proposition qui, éventuellement, pourrait jouer le rôle de conclusion dans un syllogisme simple. Le texte demande de supposer⁴² que A, proposition ou conclusion à prouver, est vrai. C'est ainsi que l'on procède dans l'analyse géométrique où le point de départ est une proposition géométrique à prouver ou une construction à faire et où l'on demande de poser la proposition comme vraie ou la construction comme possible. Une fois que l'on a posé A comme vrai, le texte demande de déduire de A (emploi du génitif) une série de propositions que l'on croit être vraies et dont on confirmera la vérité par la synthèse. Ces propositions sont représentées par B et, dans le cas où l'analyse se fait sur un syllogisme, elles ne peuvent dépasser le nombre deux selon la règle logique qui veut que tout syllogisme simple soit composé de deux prémisses seulement⁴³. Ainsi le mouvement de pensée décrit dans cette phrase va de A à B, A représentant la conclusion et B représentant les prémisses. Ce qui correspond à l'intention d'Aristote de montrer que l'analyse est rendue plus difficile lorsqu'on l'applique au syllogisme par le fait que de prémisses fausses peut découler une conclusion vraie. En effet, en supposant, au point de départ, que A est une proposition vraie

42. Le terme *ἔστω* est un terme technique utilisé couramment par Euclide pour introduire l'*ecthesis* d'un théorème ou d'un problème. L'*ecthesis* suit l'énoncé du théorème ou du problème (*protasis*) et désigne la donnée initiale du théorème ou du problème. Par exemple : « Soit la ligne donnée et finie AB » (*Eucl.* éd. Friedlein, I, 1). L'*ecthesis* est donc un point de départ dans une démonstration par analyse ou par synthèse.

43. *Anal. Pr.* I, 25, 42b1-5.

et en remontant de A à des propositions antérieures, il se pourrait que ces propositions soient fausses et alors la vérité *supposée* de A n'aurait pas été *prouvée* puisque les prémisses seraient fausses⁴⁴.

(2) ἐκ τούτων ἄρα δείξω ὅτι ἔστιν ἐκείνο.

Cette phrase décrit un mouvement de pensée synthétique et non pas analytique comme l'ont supposé Pacius et Waitz. À partir de B considéré comme prémisses, on peut aussi démontrer que A est vrai de même que dans la synthèse en géométrie on partait de la dernière proposition obtenue dans l'analyse et en passant par les propositions intermédiaires on arrivait à prouver en conclusion la proposition première que l'on avait supposée vraie dans la démarche analytique. C'est ainsi qu'à partir de B pris comme prémisses on peut prouver la vérité de A. Pour nous le texte aristotélicien décrit donc le double mouvement de l'analyse et de la synthèse.

Le talon d'Achille de la construction spéculative de Gulley réside ainsi dans une lecture du texte aristotélicien qui refuse de tenir compte d'une donnée textuelle fondamentale, c'est-à-dire de l'emploi des singuliers et des pluriels se rapportant respectivement à A et à B. Sans justifier l'oubli de cet emploi dans sa lecture, Gulley détermine par voie purement spéculative que A réfère aux prémisses tandis que B réfère à la conclusion. À partir de cette méprise, Gulley se trouve en position pour affirmer que le mouvement de pensée décrit dans notre texte est celui qui va des prémisses à la conclusion, mouvement que l'on appelle synthétique dans le langage des géomètres de l'époque. À l'appui de son interprétation, Gulley fait appel à deux commentateurs d'Aristote : Thémistius (IV^e s.) et Philopon (IV^e s.). Mais, sans entrer dans le détail de ces commentaires, on peut faire remarquer que ni Thémistius ni Philopon n'ont écrit d'ouvrages sur les mathématiques et la géométrie grecque et que leur réputation en ce

44. Au lecteur qui, à la suite de CORNFORD (« Mathematics and Dialectic in the Republic VI-VII », art. cit. p. 72, n. 1) pourrait trouver étrange que l'on puisse déduire des prémisses d'une conclusion, nous soumettons à son attention l'exemple cité par R. ROBINSO : (1) $3x = 4y$ (2) $3x + y = 5y$ (3) $3x + 2y = 6y$ (« Analysis in Greek Geometry », dans *Mind* 45 (1936) 469.) Sur la règle logique selon laquelle de prémisses fausses peut découler une conclusion vraie, voir *Anal. Pr.* II, 2, 53b8.

domaine n'est pas comparable à celle d'un Pappus (IV^e s.) ni même à celle d'un Proclus (V^e s.)⁴⁵. C'est beaucoup demander, semble-t-il, à ces commentateurs que de décider si l'analyse géométrique était un processus intuitif ou bien un processus déductif. Ainsi ni Thémistius ni Philopon ne semblent être des témoins fiables sur un point aussi technique de la méthode géométrique. Il est donc d'autant plus facile de les rallier à la forme intuitive de l'analyse géométrique que celle-ci offre beaucoup plus de prises à une formulation vague et non technique que la forme déductive.

Nous concluons donc cet examen de *Anal. Post.* I, 12, 78a6-13 en affirmant que dans ce texte, Aristote : (1) décrit le double mouvement d'analyse et de synthèse bien connu des géomètres grecs ; (2) qu'il conçoit l'analyse comme un processus déductif puisque B est déduit de A (emploi du génitif en a9) ; (3) et qu'il souligne la réciprocité des propositions dans les démonstrations mathématiques du fait que celles-ci utilisent des définitions et que tout énoncé définitionnel permet d'échanger le prédicat avec son sujet selon la règle énoncée en *Top.* I, 5, 101b37-102b26 et que cela n'est pas possible pour les propositions accidentelles⁴⁶. Ces conclusions, cependant, se trouvent apparemment remises en question par un texte de la *Physique* sur lequel nous devons maintenant nous pencher.

4. *Phys.* II, 9, 200a15-24. Nous traduisons sur le texte de l'édition de H. Carteron (Paris, 1961) qui est conforme à celui établi par W.D. Ross (*Aristotle's Physics*, Oxford, 1936), sauf pour la dernière phrase que Ross met entre parenthèses.

« Par contre, le nécessaire dans les choses mathématiques et dans celles qui sont produites selon la nature est d'une certaine

45. Dans son commentaire sur le premier livre des *Éléments* d'Euclide, Proclus accorde beaucoup d'importance à la réciprocité des propositions. On le voit par les longs commentaires qu'il consacre aux propositions 5 et 6 pour montrer leur réciprocité (éd. Friedlein, p. 244-259). Il essaie même de montrer la réciprocité des propositions 4 et 8, alors que celle-ci avait échappé à Euclide (éd. Friedlein, p. 265-270). Sur ce problème de la réciprocité des propositions géométriques, on consultera avec profit l'ouvrage de Ch. MUGLER, *Platon et la recherche mathématique de son époque*, Strasbourg et Zurich, 1948, p. 320-330.

46. Ross donne ici un exemple facile à comprendre. Soit la proposition géométrique suivante : Tout triangle équilatéral (B) a la somme de ses angles égaux (A). On peut faire l'échange du prédicat avec son sujet et dire : tout triangle qui a la somme de ses angles égaux (A) est équilatéral (B). On peut partir de A pour remonter à B ou partir de B pour remonter à A. C'est que le prédicat se rattache nécessairement au sujet et non seulement par accident.

façon presque semblable. En effet, puisque la ligne droite est telle, il est nécessaire que le triangle ait ses angles égaux à deux droits ($A \rightarrow B$), mais la réciproque n'est pas vraie ($B \rightarrow A$), cependant si le conséquent n'est pas vrai ($\neg B$), alors la ligne droite n'est plus telle ($\neg A$, i.e. $\neg B \rightarrow \neg A$)⁴⁷. Dans les choses qui sont produites en vue d'une fin, l'ordre est inverse (*ἀνάπαλιν*)⁴⁸ : si l'on pose la fin, il faut aussi poser les choses en vue de la fin (*τὸ ἐμπροσθεν*) ($A \rightarrow B$), sinon comme dans le cas précédent où la négation de la conclusion (*τοῦ συμπεράσματος*) entraîne celle de la prémisse (*ἄρχῃ*)⁴⁹, ainsi en est-il ici pour la fin et les choses en vue de la fin (i.e. $\neg B \rightarrow \neg A$), car la fin aussi est prémisse (*ἄρχῃ*) non de l'action (*πράξεως*) mais du raisonnement (*λογισμοῦ*)⁵⁰. Par ailleurs, dans les mathématiques (*ἐκεί*) la prémisse appartient au raisonnement seulement puisqu'il n'y a pas d'action (*πράξεως*) »⁵¹.

Ce texte de la *Physique* apparaît en pleine contradiction avec celui d'*Anal. Post.*, 78a5-13, puisqu'il semble établir d'une façon générale l'absence de réciprocité dans les démonstrations géométriques. Le texte dit, en effet, que si l'on peut partir de la définition ou des propriétés de la ligne droite pour conclure que la somme des angles d'un triangle est égale à

47. Dans la dernière phrase nous considérons *τοῦ* comme sous-entendu.

48. C'est le terme utilisé par Pappus pour caractériser le mouvement de pensée dans l'analyse. Il renferme l'idée d'une régression (éd. Hultsch, p. 634-18).

49. On serait tenté ici de traduire le couple *συμπεράσμα-ἄρχῃ* par conséquent-antécédent, mais Ch. Mugler nous avertit du sens technique de la terminologie d'Aristote qui nous interdit de traduire autrement que par conclusion-prémisse. (*Platon et la recherche mathématique de son époque*, op. cit. p. 345).

50. Le sens premier du terme est celui de calcul des nombres. Par dérivation le terme peut aussi désigner le raisonnement ou le pouvoir de raisonner et finalement un argument. Nous traduisons ici par raisonnement, mais le sens plus précis selon le contexte serait le calcul des moyens ou le choix des moyens. Dans l'ordre de la pensée, la fin est première parce que c'est à partir de la fin que l'on calcule ou que l'on choisit les moyens. Cf. LIDDELL-SCOT, *A Greek-English Lexicon*, au mot.

51. Carteron traduit : « dans l'autre cas, du raisonnement seulement (il n'y a pas d'exécution). » Cette traduction suppose que *τέλος* soit sous-entendu. Mais elle est difficilement intelligible. La fin est une notion qui appartient à l'ordre de la nature, non pas à l'ordre des mathématiques. Comme il s'agit d'une comparaison entre la nature et les mathématiques, il faut trouver comme sous-entendu un terme commun à ces deux ordres de choses. Ce terme est *ἀρχῃ*. Dans l'ordre du raisonnement la fin est *ἀρχῃ*, comme la prémisse mathématique est *ἀρχῃ*. Mais puisqu'il n'y a pas d'actions dans l'ordre mathématique, la prémisse appartient seulement au raisonnement tandis que la fin appartient au raisonnement comme principe et à l'action comme terme. Pour l'analyse de ce texte nous avons consulté : W.D. ROSS, *Aristotle's Physics*, Oxford, Clarendon Press, 1936, p. 531-533 ; H. CARTERON, *Aristote. Physique (I-IV)*, Paris, Les Belles Lettres, 1961, t. I, p. 79-81 ; A. MANSION, *Introduction à la Physique aristotélicienne* (1913), Paris-Louvain, 1945, p. 251-292 ; Ch. MUGLER, *Platon et la recherche mathématique de son époque*, Strasbourg et Zurich, 1948, p. 330-356 ; Th. HEATH, *Mathematics in Aristotle* (1949), Oxford, Clarendon Press, 1970, p. 100-101 ; N. GULLEY, « Greek Geometrical Analysis », dans *Phronesis* 3 (1958) 8.

deux droits, on ne peut cependant pas faire le chemin inverse, c'est-à-dire partir de la propriété du triangle pour conclure aux propriétés de la ligne droite. Le texte est clair : il n'y a pas de réciprocity ou d'équivalence entre A et B. En d'autres mots, A est une condition nécessaire de B mais n'en est pas une condition suffisante. Gulley s'est donc servi de ce texte pour montrer qu'Aristote concevait le rapport entre les prémisses et la conclusion comme irréversible. Cependant cette lecture apparemment exacte laisse perplexe et cela pour deux raisons.

D'abord, elle introduit une contradiction dans la pensée d'Aristote et devant pareil résultat le commentateur se doit de rester vigilant⁵². Ensuite elle met au compte d'Aristote une ignorance si profonde de la structure de la géométrie grecque que l'on est en droit d'hésiter avant de taxer un témoin aussi intelligent d'une erreur aussi grossière. En effet, comment peut-on arriver à croire qu'Aristote, contemporain à l'école platonicienne de géomètres-mathématiciens de l'envergure d'Eudoxe, de Théétète, de Théodore et d'un renouveau remarquable des recherches mathématiques dont Proclus se fait l'écho dans son prologue historique⁵³, qu'Aristote, dis-je, ait ignoré l'effort de ses contemporains pour établir la loi de la réciprocity entre les propositions géométriques ? Comment oublier que la grande majorité des théorèmes d'Euclide admettent des réciproques⁵⁴, que, dans son commentaire sur Euclide, Proclus accorde une importance primordiale à ce problème de réciprocity suivant en cela l'une de ses sources principales, Geminus, selon lequel on ne devait jamais laisser sans preuves les réciproques⁵⁵ ? Comment aussi ne pas tenir

52. Gulley échappe à cette difficulté, puisqu'il refuse de voir en *Anal. Post.* 78a5-13 la forme déductive de l'analyse et par conséquent la réciprocity des propositions. Mais si notre lecture de *Anal. Post.* 78a5-13 est correcte, alors le texte de *Physique*, 200a15-24 devient contradictoire. On comprend dès lors que pour un partisan de la forme intuitive de l'analyse géométrique, ce texte de la *Physique* ne peut être considéré que comme une confirmation de ces vues.

53. Proclus, *In Eucl.* éd. Friedlein, p. 64-70. Voir aussi notre note 45. Pour Eudoxe et Théétète comme sources possibles de Euclide, XIII, 1-5 qui donne une application concrète de l'analyse géométrique et de la réciprocity des propositions, voir P.-H. MICHEL, *De Pythagore à Euclide*, Paris, Vrin, 1950, p. 556-562.

54. Voir, sur ce point, Ch. MUGLER, *Platon et la recherche mathématique de son époque*, op. cit. p. 337. Selon Mugler il y aurait des exceptions à la règle, par exemple les propositions 35 à 38 qui n'ont pas de réciproques, fait qu'Euclide omet de signaler.

55. PROCLUS, *In Eucl.* éd. Friedlein, p. 184.

compte de la difficulté qu'éprouvent Thémistius et Simplicius, commentateurs de notre texte, pour trouver dans la géométrie grecque des cas de non-réciprocité en vue de justifier le texte aristotélicien⁵⁶ ? Ainsi le constat de contradiction entre deux textes d'Aristote et certaines données historiques communément admises nous obligent-ils à relire ce texte de la *Physique* dans un sens qui puisse nous permettre d'échapper à ces difficultés. Pour atteindre cette fin, il nous faut d'abord situer notre texte dans son contexte immédiat en ayant bien à l'esprit qu'Aristote ne peut, à la fois, affirmer et nier une loi aussi fondamentale de la géométrie grecque que celle de la réciprocité des propositions.

La remarque d'Aristote sur la non-réciprocité des propositions géométriques doit être située en premier lieu dans le contexte immédiat d'une réflexion téléologique sur la nature. Au chapitre 8, Aristote vient d'établir contre les théories mécanistes qui expliquent les phénomènes naturels par un enchaînement nécessaire (198b12-15) sa thèse de la finalité dans la nature selon laquelle la nature est au nombre des causes qui agissent en vue d'une fin (198b10-11). Cependant, même après sa critique des théories mécanistes, Aristote ne peut nier complètement une certaine nécessité dans les phénomènes naturels. L'objet de ce chapitre 9 qui termine le second livre de la *Physique* consiste donc dans un essai de conciliation entre la nécessité et la finalité dans la nature où Aristote veut montrer, comme l'avait d'ailleurs fait Platon dans le *Timée*, que la nécessité dans l'ordre de la nature se trouve subordonnée en dernière analyse à la finalité (220b32-34). Aristote va donc commencer par distinguer entre la nécessité absolue et la nécessité hypothétique. En effet, le terme *ἀναγκάσιον*, comme l'a fait observer A. Mansion, a trois sens fondamentaux dans le vocabulaire aristotélicien⁵⁷. Le terme désigne : (1) la condition sans laquelle une chose ne saurait exister ou arriver à sa

56. Mugler a fait une analyse détaillée de ces commentaires où l'on peut voir comment Simplicius est obligé de corriger le texte d'Aristote à l'encontre de tous les bons manuscrits et de faire appel aux figures curvilignes et mixtes pour justifier l'assertion d'Aristote sur la non-réciprocité des propositions géométriques (*Platon et la recherche mathématique de son époque*, op. cit. p. 332-339.)

57. A. MANSION, *Introduction à la Physique Aristotélicienne*, op. cit. p. 283. Nous suivons ici de près la terminologie de l'auteur.

perfection, (2) l'effet de la violence qui empêche un être quelconque de réaliser sa tendance naturelle, (3) ce qui ne peut être autrement que c'est. La nécessité absolue se rapporte au troisième sens du terme et par conséquent ne peut être attribuée qu'à l'Être premier, moteur immobile et parfaitement en acte qui ne peut être autre que ce qu'il est⁵⁸. Par extension, cependant, le terme peut également s'appliquer aux êtres éternels de la nature que sont les astres et en général aux phénomènes naturels qui sont tout à faits constants⁵⁹. Le second sens de nécessaire est laissé de côté dans notre texte parce qu'il constitue sans doute un cas très particulier et que ce n'est pas à lui que pensent en premier lieu les partisans des théories mécanistes⁶⁰. Puisque ceux-ci pensent surtout aux phénomènes naturels qui sont contingents comme la pluie qui augmente la récolte, mais peut aussi la détruire (198b18-20), Aristote précise que ces phénomènes relèvent non pas de la nécessité absolue, mais de la nécessité hypothétique, c'est-à-dire de conditions sans lesquelles tel phénomène ne pourrait se produire dans la nature ou atteindre sa propre perfection. Ainsi lorsqu'on parle de nécessité dans la nature, on ne saurait parler de nécessité absolue au sens où les phénomènes naturels ne peuvent pas être autres que ce qu'ils sont puisqu'on supprimerait par le fait même leur caractère contingent, mais seulement au sens où certaines conditions doivent être présentes pour que tel phénomène se produise. Et c'est ici qu'intervient la finalité. Celle-ci joue, en effet, dans la production des choses naturelles ou encore des choses de l'art, le rôle d'une hypothèse à laquelle se subordonne la nécessité de la matière. Ce n'est pas parce qu'il y a un amas de pierre qu'il y aura nécessairement une maison, puisque la maison peut être ou ne pas être, mais c'est parce que l'homme veut s'abriter que cet amas de pierres est nécessaire à la construction de la maison (200a5-7). On pourrait appliquer le même exemple au phénomène naturel de la pluie. Ce n'est pas parce qu'il pleut qu'il y aura nécessairement une augmentation de la récolte, puisque la pluie peut produire un effet contraire, mais si l'on veut une augmentation de la récolte il est nécessaire qu'il pleuve. C'est ainsi

58. *Meta*, XII, 7, 1072b7-8.

59. *De Gen. et Corr*, II, 11, 338a17-b3.

60. *Phys.* II, 198b15-32.

qu'Aristote établit la priorité de la finalité sur la nécessité dans les phénomènes naturels en rattachant la nécessité à la matière et la finalité à la forme (200a30-32). Et c'est la raison pour laquelle il appelle cette nécessité, hypothétique : telle fin étant posée, il est nécessaire pour sa réalisation que telles conditions soient également réalisées.

L'analogie entre le nécessaire dans les démonstrations géométriques et le nécessaire dans les générations naturelles ou les productions de l'art se situe à l'intérieur du contexte téléologique que nous venons de décrire. Mais avant d'arriver à une interprétation de cette analogie qui nous permette d'échapper aux difficultés que nous avons soulignées précédemment, il nous faut cerner d'abord le sens le plus immédiat de cette analogie. Il s'agit dans les deux cas de nécessité hypothétique. Dans le raisonnement géométrique, explique Aristote, si l'on pose telle définition ou telle propriété de la ligne droite, alors il suit nécessairement que les angles du triangle sont égaux à deux droits ($A \rightarrow B$), de même en est-il dans l'ordre de la génération des choses naturelles ou des productions de l'art : si telle fin est posée soit par la nature à travers la forme soit par la volonté humaine, alors il est nécessaire que soient posées les conditions de sa réalisation ($A \rightarrow B$). Dans les deux cas également la négation du conséquent entraîne la négation de l'antécédent : si les angles d'un triangle ne sont pas égaux à deux droits, alors la définition ou la propriété de la ligne droite n'est plus vraie ($\neg B \rightarrow \neg A$), de même s'il n'y a pas d'amas de pierres, il n'y aura pas de maison ($\neg B \rightarrow \neg A$). Enfin, troisième ressemblance, dans les deux cas il n'y a pas de réciprocity : s'il est vrai que les angles du triangle sont égaux à deux droits, il n'est pas nécessaire que la définition ou la propriété de la ligne droite soit vraie de même que s'il est vrai qu'il y a un amas de pierres, il n'est pas nécessaire qu'il y ait une maison. À ces trois ressemblances s'ajoute pourtant une différence : les choses produites en vue d'une fin suivent un ordre inverse. Nous reviendrons sur ce point qu'Aristote n'explique d'ailleurs pas dans notre interprétation de l'analogie. Pour le moment, ce sens immédiat de l'analogie nous suffit. Concentrons-nous plutôt sur la non-réciprocity des propositions géométriques.

La clef d'interprétation de cette non-réciprocité des propositions géométriques se trouve, à notre avis, dans l'exemple donné par Aristote. Si nous réussissons à dégager le sens précis de cet exemple nous arriverons à comprendre aussi en quel sens il faut entendre la non-réciprocité des propositions géométriques. On doit se demander d'abord si l'exemple d'Aristote correspond selon nos connaissances de la géométrie grecque à un cas de non-réciprocité ? Dans l'affirmative, on doit encore se demander s'il s'agit d'un cas particulier de non-réciprocité ou de l'énoncé d'une loi générale. Pour répondre à ces questions on se doit d'examiner la nature du rapport entre la proposition : « la ligne droite est telle chose » ($\tau\omicron\upsilon\epsilon\upsilon\theta\upsilon\tau\omicron\delta\iota\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$, 200a17) (A) et la proposition : « la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits » ($\tau\omicron\delta\tau\acute{\rho}\iota\gamma\omega\nu\omicron\nu\delta\upsilon\omicron\sigma\theta\omicron\upsilon\alpha\iota\varsigma\iota\varsigma\alpha\varsigma\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota\nu$, 200a17-18) (B). Mais d'abord, la proposition : « la ligne droite est telle chose » renvoie-t-elle à une définition de la ligne droite ou bien à une propriété de la ligne droite ?

Selon Ross la proposition renverrait à une définition purement nominale de la ligne droite en tant que celle-ci constitue l'un des principes de la géométrie⁶¹. En effet, Aristote écrit en *Anal. Post.* 76b3-7 : « Sont propres encore à une science les choses dont elle pose l'existence et dont elle considère les attributs essentiels : par exemple les unités en arithmétique et, en géométrie, les points et les lignes. En effet, ces choses sont posées dans leur existence ($\tau\omicron\delta\epsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota$) et dans leur signification ($\tau\omicron\delta\iota\epsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota$) tandis que pour leurs attributs essentiels, c'est seulement la signification ($\sigma\eta\mu\alpha\acute{\iota}\nu\epsilon\iota$) de chacun d'eux qui se trouve posée ». En accord avec ce texte d'Aristote on pourrait donc comprendre la proposition A comme désignant une définition de la ligne droite que le géomètre doit poser sans être dans l'obligation de la prouver ni dans son existence ni dans sa signification. Dans le vocabulaire géométrique d'Aristote la proposition A constitue proprement une hypothèse (*Anal. Post.* 76b31-77a4). Il importe peu de déterminer ici quelle est la définition de la ligne droite qu'Aristote a dans l'esprit, le caractère définitionnel de la

61. W.D. Ross, *Aristotle's Physics*, op. cit. p. 532.

proposition A suffit à notre propos⁶². Et c'est sans doute ce caractère définitionnel qu'Aristote veut souligner en ne précisant pas davantage sa référence possible à la définition. Si la proposition A désigne une définition quelconque de la ligne droite, alors il est facile de comprendre que le rapport entre A et B est irréversible. En effet, la définition de la ligne droite est impliquée non seulement dans le théorème d'Euclide, I, 32 sur la somme des angles d'un triangle exprimé dans la proposition B, mais dans tous les théorèmes portant sur les figures rectilignes. Dès lors, la définition de la ligne devient une condition nécessaire pour établir la vérité de plusieurs théorèmes ou problèmes, mais non une condition suffisante. En effet, il ne suffit pas que la ligne droite soit telle ou telle chose pour réussir à démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits. La démonstration d'Euclide fait appel à d'autres théorèmes comme nous le verrons bientôt. Il en est ainsi de la proposition A comme de la fin qui est aussi une hypothèse dans l'ordre des choses naturelles ou des productions de l'art : lorsque la fin doit être atteinte par plusieurs moyens, on peut dire qu'un moyen particulier est une condition nécessaire mais non suffisante de l'obtention de la fin. Par conséquent, si l'on prend la proposition A comme désignant la définition nominale de la ligne, on peut s'expliquer qu'Aristote y affirme la non-réciprocité des propositions A et B.

Cette non-réciprocité apparaîtrait également dans l'hypothèse soutenue par Mugler et par Heath⁶³ selon laquelle la proposition A désignerait non pas la définition de la ligne droite, mais une propriété essentielle. Mais de quelle propriété s'agit-il ? À cette question deux réponses sont possibles. Il pourrait s'agir, selon Heath, de la propriété exprimée clairement en *Mét.* 1051a24-26 à propos de la somme des angles d'un triangle et qui nous permettrait de formuler plus explicitement la proposition A, soit : « puisque la ligne est telle chose, c'est-à-dire, capable de former à partir d'un seul de

62. La définition de la ligne droite est donnée par Euclide en ces termes : « la ligne droite est celle qui s'étend également entre les deux points de ses extrémités » (Déf. 4) et « la ligne est une longueur sans largeur » (Déf. 2).

63. Ch. MUGLER, *Platon et la recherche mathématique de son époque*, op. cit. p. 341-346, Th. HEATH, *Mathematics in Aristotle*, op. cit. p. 100.

ses points deux angles droits ou des angles adjacents égaux à deux droits ». Nous avons reconnu ici l'énoncé de la proposition d'Euclide, I, 13. Mais en même temps, si nous comparons Euclide, I, 32 et Euclide I, 13, il apparaîtra que la propriété de la ligne exprimée en Euclide, I, 13 est une condition nécessaire de la vérité de la proposition I, 32 mais qu'elle n'est pas une condition suffisante puisque I, 32 suppose aussi la proposition sur l'égalité des angles alternes-internes formés par une sécante qui traverse des parallèles (I, 29)⁶⁴. Il n'y aurait donc pas de réciprocity entre A et B. On pourrait aussi supposer avec Mugler que la proposition A renvoie à la propriété exprimée en Euclide I, 29 et que Mugler formule de la façon suivante : « puisque la droite a cette propriété d'être parallèle à une seconde quand une transversale commune détermine des angles alternes-internes égaux »⁶⁵. Mais comme la vérité de la proposition I, 29 suppose le postulat 5 sur les parallèles, d'une part, et, d'autre part, que la terminologie technique du couple *συνπέρασμα ἀρχή* utilisée par Aristote (200a21) incite au renvoi d'une seule propriété, Mugler se rallie à la propriété de la ligne droite exprimée dans le postulat 5 sur les parallèles⁶⁶. Or, l'histoire de la géométrie grecque nous apprend que la réciprocity entre la proposition du postulat 5 et celle de I, 32 sur la somme des angles d'un triangle n'était pas connue des anciens et que celle-ci n'aurait été établie qu'au XIX^e siècle par Legendre⁶⁷. Si nos analyses géométriques sont exactes, l'on peut conclure de cet examen des propositions A et B qu'Aristote avait raison d'affirmer qu'elles ne sont pas réciproques. Mais notre question cruciale

64. Pour le bénéfice du lecteur, nous donnons ici la traduction des propositions I, 13, I, 29 et I, 32 à partir du texte même d'Euclide dans l'édition de Friedlein. La proposition I, 13 se lit comme suit : « Si une ligne droite est élevée sur une ligne droite et forme des angles, alors elle formera deux angles droits ou égaux à deux droits. » La proposition I, 29 est la suivante : « La ligne droite traversant deux lignes droites parallèles forme les angles alternes-internes égaux entre eux, l'angle externe égal à l'angle externe opposé et du même côté de la droite, et les angles internes du même côté de la ligne égaux à deux droits. » La proposition I, 32 est la suivante : « Si l'on prolonge un côté d'un triangle quelconque l'angle extérieur du triangle est égal aux deux angles intérieurs et opposés, et les trois angles intérieurs du triangle sont égaux à deux droits. »

65. Ch. MUGLER, *Platon et la recherche mathématique de son époque*, op. cit. p. 342.

66. Le postulat 5 s'énonce ainsi chez Euclide : « On demande que, si une ligne droite tombant sur deux lignes droites fait les angles intérieurs du même côté plus petits que deux droits, ces deux lignes droites, étant prolongées à l'infini, se rencontrent du côté où les angles sont plus petits que deux droits. »

67. Ch. MUGLER, *Platon et la recherche mathématique de son époque*, op. cit. p. 345.

demeure : l'affirmation de la non-réciprocité des propositions géométriques dépasse-t-elle le cas spécial qu'il mentionne pour s'étendre à toute la géométrie ?

L'expression « *ἐν τε τοῖς μαθημασι* » (a15) utilisée par Aristote laisse croire qu'il n'aurait pas en vue un cas particulier de non réciprocité, mais plutôt une règle générale de la géométrie. Pour éviter d'attribuer à Aristote une erreur aussi grossière, l'éminent historien des mathématiques grecques, Th. Heath, a proposé une solution qui, à notre avis, exige un peu trop du génie d'Aristote. Selon Heath, Aristote n'aurait pas en vue dans ce texte la loi de la réciprocité des propositions géométriques, mais seulement l'idée de remettre en question la notion euclidienne de ligne droite. La pensée d'Aristote serait à peu près la suivante : si les angles d'un triangle n'étaient pas égaux à deux droits quelle sorte de chose pourrait bien être une ligne droite⁶⁸ ? Du coup, le texte d'Aristote devient aux yeux de Heath une anticipation des vues de Riemann et des géométries non euclidiennes du XIX^e siècle, à savoir que les angles d'un triangle font plus que deux droits, qu'une ligne droite est une série fermée sur elle-même, que deux lignes droites se coupent en deux points et qu'il n'existe pas de lignes parallèles. Cette solution brillante donne trop à notre avis au génie d'Aristote, sans compter qu'elle met en relief un seul élément du texte que nous avons exprimé dans la formule $-B \rightarrow -A$. Elle ne dit rien de la négation de $A \longleftrightarrow B$, si ce n'est pour l'exclure du texte. Mugler, qui persiste toujours à lire dans ce texte le cas général de la non-réciprocité des propositions géométriques, y voit plutôt une confusion faite par Aristote sur les rapports entre la géométrie et la physique. Mais la solution adoptée par Mugler à partir du caractère téléologique de la géométrie nous semble si complexe et si confuse qu'on ne saurait ici en tirer parti pour la solution de notre problème⁶⁹.

68. Le texte de Heath est le suivant : « If the angles of a triangle were together not equal to two right angles, what sort of thing would a straight line have to be ? » (*Mathematics in Aristotle*, *op. cit.* p. 101.)

69. Nous reportons ici le lecteur aux pages 347-356 surtout où Mugler expose sa solution. Nous devons utiliser Mugler toujours avec une certaine prudence parce que ses exposés sont souvent pleins d'intuitions brillantes, mais pèchent par un manque de clarté et d'objectivité. Les intuitions parfois transcendent trop les données de base pour qu'on puisse s'y fier parfaitement. C'est le cas ici de cette conclusion de chapitre.

Face à ces solutions non satisfaisantes, il semble tout indiqué de lire le texte aristotélicien comme un cas particulier de non-réciprocité puisque rien dans ce texte ne nous empêche de le faire et que cette lecture nous permet d'éviter à Aristote une erreur grossière, et même davantage une contradiction⁷⁰. Et c'est ici que le contexte téléologique de notre passage peut nous aider à le comprendre et à en faire une lecture plus naturelle et plus économique que celle de Mugler. Ce qu'Aristote veut établir dans ce dernier chapitre du livre II de la *Physique*, c'est le caractère téléologique de la nécessité dans la nature. Il veut montrer que dans les phénomènes naturels et les productions de l'art, il n'y a pas de nécessité absolue comme voudraient nous le faire croire les partisans des théories mécanistes sur la nature. C'est ainsi qu'il nous explique comment la fin recherchée par la nature à travers la forme peut être considérée comme une hypothèse analogue aux hypothèses que l'on rencontre dans les démonstrations géométriques. Dans la nature si telle fin est posée par la forme, alors tels processus seront nécessairement posés en vue de la fin. Ainsi, dans son rôle hypothétique la fin dans l'ordre naturel est analogue à certains principes de la géométrie : pour que la somme des angles d'un triangle soit égale à deux droits, on doit poser comme hypothèse telle définition ou telle propriété de la ligne droite. Cependant puisque les phénomènes naturels ne sont pas réversibles, Aristote ne pouvait maintenir son analogie entre l'hypothèse en géométrie et l'hypothèse en physique qu'en recourant à des cas de géométrie particuliers et exceptionnels, c'est-à-dire à un cas de non-réciprocité. Si l'on tient compte du fait que la proposition A réfère à la définition de la ligne droite, on verra qu'Aristote a choisi ici un exemple privilégié de non-réciprocité puisque nulle part on ne voit, ni chez Euclide ni chez son commentateur Proclus, une intention de montrer la réciprocité entre, d'une part, les définitions initiales et, d'autre part, les théorèmes ou problèmes. Euclide et Proclus ne posent des problèmes de réciprocité qu'entre les propositions qui donnent l'énoncé des théorèmes et des problèmes, jamais entre les principes, tels les définitions, les

70. Le « ἐν τοῖς μαθημασι » est loin d'être concluant en faveur du cas général. On peut se référer au domaine des mathématiques en général pour parler ensuite d'un cas particulier choisi dans le domaine mathématique.

notions communes, les postulats et les propositions à démontrer. Et cela se comprend facilement puisque les définitions d'Euclide sont des principes qui peuvent servir à plusieurs démonstrations et que l'on peut considérer comme des conditions nécessaires mais non suffisantes dans une démonstration géométrique ultérieure. C'est donc le contexte téléologique de l'analogie qui oblige Aristote à choisir dans la géométrie un cas particulier et évident de non-réciprocité entre une définition géométrique et un théorème (*Eucl.* I, 32). Sur ce point précis et particulier la ressemblance entre la nature et la géométrie est parfaite, sauf sous un aspect, celui de l'ordre entre l'hypothèse et ce qu'elle détermine. On a déjà souligné dans notre passage l'usage de l'expression *ἀνάπαλιν* qui est utilisée par Pappus dans le sens d'une régression. Ce terme, qui n'est pas expliqué par Aristote, se comprend facilement si l'on considère que dans l'ordre naturel ou dans celui de la production de l'art on doit remonter de la fin, comme hypothèse, aux choses en vue de la fin tandis qu'en géométrie on doit descendre des prémisses, comme hypothèses, à la conclusion. Il s'agit donc dans le premier cas d'un mouvement analytique et dans le second cas d'un mouvement synthétique. En d'autres mots, nous explique Aristote (200a22-24), la fin dans l'ordre de la nature est un principe comparable à la définition dans l'ordre géométrique, mais seulement au point de vue de la pensée puisqu'elle est dernière au plan de la réalisation. Et c'est du point de vue de la réalisation que les productions de l'art ou les phénomènes naturels constituent un mouvement analytique inverse du mouvement synthétique de la démonstration géométrique. Cette lecture simple et naturelle que nous proposons de notre passage de la *Physique* pourrait même conclure dans un sens tout opposé à la lecture de N. Gulley : elle montre qu'Aristote, conscient de la loi générale de la réciprocité des propositions en géométrie et voulant montrer une analogie entre la nécessité hypothétique en géométrie et la nécessité hypothétique dans la nature, choisit un exemple que pouvait facilement comprendre ses auditeurs, celui de la non-réciprocité entre une définition que l'on pose sans démonstration et une proposition géométrique que l'on doit démontrer.

L'examen des textes aristotéliens utilisés par les parti-

sans de la forme intuitive de l'analyse géométrique démontre que ces textes ne prouvent pas ce qu'on attend d'eux. Le texte de *Met.* IX, 9, 1051a21-31 ne parle pas de l'analyse d'un diagramme au sens technique utilisé par Pappus, mais de l'opération ou de l'acte de diviser une figure géométrique ou un diagramme dans la démonstration d'un problème géométrique. Le texte de *Eth. Nic.* III, 5, 1112b20-24 mentionne, selon l'accord unanime des commentateurs, l'analyse géométrique, mais l'analogie entre l'ordre géométrique et l'ordre éthique ne permet pas de déterminer d'une façon suffisamment sûre si Aristote a dans l'esprit la forme intuitive ou la forme déductive de l'analyse géométrique. Le texte de *Anal. Post.* I, 12, 78a6-13 décrit la forme déductive de l'analyse géométrique et affirme explicitement la règle générale de réciprocité des propositions géométriques. Enfin, le texte de *Phys.* II, 9, 200a15-24, qui apparemment semble établir la règle générale de la non-réciprocité des propositions géométriques, ne donne, selon les résultats de notre lecture, qu'un cas particulier de non-réciprocité entre les définitions considérées comme principes généraux de toutes les démonstrations ou d'une grande partie de celles-ci et les propositions géométriques à démontrer. Nos conclusions, si elles sont justes, viennent de détruire le dernier bastion que constituait le témoignage d'Aristote et derrière lequel pouvait se retrancher un partisan de la forme intuitive de l'analyse, étant entendu que les exemples choisis par les historiens modernes des mathématiques grecques avaient démontré, à partir de la pratique géométrique elle-même, la forme déductive de l'analyse géométrique et sa condition essentielle qu'est la réciprocité des propositions géométriques.

Université d'Ottawa