Éducation et francophonie

Gérer l'accès aux mathématiques dans la résolution de problèmes textuels : une exploration du côté de l'enseignement primaire

Managing access to mathematics in solving word problems – an exploration at the elementary school level

Gestionar el acceso a las matemáticas en la resolución de problemas textuales: una exploración del lado de la enseñanza primaria

Annie Savard et Elena Polotskaia

Volume 42, numéro 2, automne 2014

Résolution de problèmes en mathématiques : un outil pour enseigner et un objet d'apprentissage

URI : https://id.erudit.org/iderudit/1027910ar
DOI : https://doi.org/10.7202/1027910ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Association canadienne d'éducation de langue française

ISSN

1916-8659 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Savard, A. & Polotskaia, E. (2014). Gérer l'accès aux mathématiques dans la résolution de problèmes textuels : une exploration du côté de l'enseignement primaire. *Éducation et francophonie*, *42*(2), 138–157. https://doi.org/10.7202/1027910ar

Résumé de l'article

Cet article présente la gestion de l'accessibilité aux mathématiques dans la résolution de problèmes textuels ayant des structures additives par des enseignantes de première et de deuxième année du primaire. Nous avons utilisé un modèle ethnomathématique pour analyser les effets de cette gestion sur l'accès aux mathématiques pour les élèves. Nous avons constaté que les enseignantes attribuent plusieurs rôles à la résolution de ces problèmes et que les gestes didactiques qu'elles posent en fonction de ces rôles peuvent affecter négativement cet accès. Afin de les outiller pour reconnaître les rôles qu'elles attribuent à la résolution de problèmes et leurs effets sur l'accessibilité aux mathématiques par les élèves, de même que pour les aider à modifier leurs perceptions de ces rôles en vue de bonifier leurs interventions en classe, nous avons développé une activité de formation portant sur l'analyse et la représentation des structures additives présentes dans les problèmes textuels. Dans cet article, nous discutons des gestes didactiques des enseignantes avant, pendant et après la formation.

Gérer l’accès aux mathématiques dans la résolution de problèmes textuels : une exploration du côté de l’enseignement primaire[1]

Annie SAVARD
Université McGill, Québec, Canada

Elena POLOTSKAIA
Université du Québec en Outaouais, Québec, Canada

RÉSUMÉ

Cet article présente la gestion de l’accessibilité aux mathématiques dans la résolution de problèmes textuels ayant des structures additives par des enseignantes de première et de deuxième année du primaire. Nous avons utilisé un modèle ethnomathématique pour analyser les effets de cette gestion sur l’accès aux mathématiques pour les élèves. Nous avons constaté que les enseignantes attribuent plusieurs rôles à la résolution de ces problèmes et que les gestes didactiques qu’elles posent en fonction de ces rôles peuvent affecter négativement cet accès. Afin de les outiller

1. Cette recherche a bénéficié du soutien financier du ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec (Programme de soutien à la formation continue du personnel scolaire).

pour reconnaître les rôles qu'elles attribuent à la résolution de problèmes et leurs effets sur l'accessibilité aux mathématiques par les élèves, de même que pour les aider à modifier leurs perceptions de ces rôles en vue de bonifier leurs interventions en classe, nous avons développé une activité de formation portant sur l'analyse et la représentation des structures additives présentes dans les problèmes textuels. Dans cet article, nous discutons des gestes didactiques des enseignantes avant, pendant et après la formation.

ABSTRACT

Managing access to mathematics in solving word problems – an exploration at the elementary school level

Annie SAVARD
McGill University, Quebec, Canada

Elena POLOTSKAIA
University of Quebec in Outaouais, Québec, Canada

This article presents the management of mathematics accessibility in solving word problems that contain additive structures created by grades 1 and 2 teachers. We used an ethnomathematical model to analyze the effects of this management on mathematics accessibility for students. We found that teachers assign multiple roles to solving these problems and that the educational actions they pose geared to these roles can negatively affect this access. To equip them to recognize the roles they assign and their effects on the students' access to mathematics, and to support them in modifying these roles to improve their classroom interventions, we developed a training activity on the analysis and representation of additive structures in word problems. In this article, we discuss the teachers' educational actions before, during and after the training.

RESUMEN

Gestionar el acceso a las matemáticas en la resolución de problemas textuales: una exploración del lado de la enseñanza primaria

Annie SAVARD
Universidad McGill, Quebec, Canadá

Elena POLOTSKAIA
Universidad de Quebec en Outaouais, Quebec, Canadá

Este artículo presenta la gestión de la entrada a las matemáticas en la resolución de problemas textuales que poseen estructuras aditivas, realizada por maestros de 1º y 2º año de primaria. Utilizamos un modelo etno-matemático para analizar los efectos de la gestión sobre la iniciación de los alumnos a las matemáticas. Constatamos que los maestros atribuyen varios roles a la resolución de problemas y que los gestos didácticos que realizan en función de dichos roles pueden afectar negativamente dicha iniciación. Con el fin de equiparlos para reconocer los roles que ellos atribuyen y sus efectos sobre la entrada de los alumnos a las matemáticas, y para apoyarlos en su modificación con el fin de bonificar sus intervenciones en clase, hemos desarrollado una actividad de formación sobre el análisis y la representación de estructuras aditivas presentes en los problemas textuales. En este articulo, discutimos los gestos didácticos de los maestros antes, durante y después de la formación.

Introduction

La résolution de problèmes textuels mettant en scène les structures additives est une activité traditionnelle dans les programmes de formation du primaire. Les enseignants du primaire, qui ne sont pas spécialisés en enseignement des mathématiques, peuvent attribuer différents rôles à la résolution de problèmes textuels dans l'apprentissage des mathématiques. Par exemple, un enseignant peut penser qu'un problème textuel sert à pratiquer l'addition ou la soustraction. Le sens donné aux rôles des problèmes peut affecter directement l'apprentissage des élèves (Bartolini Bussi, Canalini et Ferri, 2011; Leikin, 2009). Le choix des problèmes, l'introduction à la tâche, les instructions que l'enseignant donne aux élèves peuvent aussi influencer l'accès de ces derniers aux différents aspects de la tâche ainsi que leur raisonnement mathématique par rapport à la tâche (Jackson et Cobb, 2010; Jackson, Shahan, Gibbons et Cobb, 2012). Les buts de cette recherche étaient de trouver une façon de sensibiliser les enseignants aux rôles qu'ils attribuent à la résolution de problèmes ayant des structures additives ainsi que de les aider à modifier et à bonifier leurs pratiques enseignantes relatives à ces tâches, c'est-à-dire leurs gestes didactiques. Nous avons, dans cet esprit, formulé les questions de recherche suivantes :

1. Quels sont les rôles que les enseignants du premier cycle du primaire attribuent aux tâches de résolution de problèmes textuels? De quelle façon l'attribution de ces rôles par les enseignants affecte-t-elle l'accessibilité aux mathématiques présentes dans ces tâches pour leurs élèves?
2. Comment peut-on sensibiliser les enseignants aux rôles qu'ils attribuent à la résolution de problèmes ayant des structures additives pour les aider à modifier leurs perceptions de ces rôles et ainsi bonifier leurs pratiques enseignantes?

Un cadre d'analyse de la résolution de problèmes comme tâche éducative

Deux paradigmes de la résolution de problèmes additifs s'opposent. Le premier, que nous appellerons le *paradigme opérationnel*, met l'accent sur l'addition et la soustraction comme opérations arithmétiques. De ce point de vue, les problèmes textuels peuvent être considérés comme des exercices où les connaissances sur les opérations arithmétiques peuvent être appliquées ou développées. Ce paradigme correspond à une séquence de l'enseignement des mathématiques où les élèves apprennent d'abord comment additionner et soustraire, puis essaient de résoudre les différents problèmes textuels pour mettre cette connaissance en pratique et obtenir la compréhension conceptuelle des opérations. Le paradigme opérationnel n'exclut pas le raisonnement relationnel comme un élément nécessaire dans la résolution des problèmes arithmétique. Toutefois, ce raisonnement est vu comme un raisonnement plus avancé qui se base sur la connaissance des opérations.

Plusieurs études visant à comprendre les difficultés des élèves dans la résolution des problèmes textuels ont proposé des classifications de ces problèmes en fonction de leurs structures sémantiques et mathématiques (Carpenter, Fennema, Franke, Levi et Empson, 1999; Nesher, Greeno et Riley, 1982; Riley, Greeno et Heller, 1984; Vergnaud, 1982). Des travaux contemporains (Barrouillet et Camos, 2002; Nunes, Bryant, Evans, Bell et Barros, 2011; Pape, 2003; Thevenot, 2010) montrent que certains problèmes sont particulièrement difficiles à résoudre, car ils nécessitent une analyse flexible et holistique de leur structure mathématique. Pourtant, selon une perspective adoptant le point de vue du paradigme opérationnel, les structures additives ne sont pas vues comme une connaissance mathématique indépendante, soit l'étude des relations entre des quantités, mais plutôt comme des sens différents de deux opérations arithmétiques.

Le second paradigme, que nous appellerons le paradigme relationnel, apparaît dans les ouvrages de Davydov (1982) et dans des études plus récentes (Iannece, Mellone et Tortora, 2009; Xin, Wiles et Lin, 2008). Selon Davydov (1982), la notion de relation additive est « la loi de composition par laquelle la relation entre deux éléments détermine un troisième élément unique comme fonction[2] » (p. 229). Davydov (1982) a postulé qu'une compréhension adéquate de la relation additive est la base de l'apprentissage de l'addition et de la soustraction. Selon ce point de vue, les opérations arithmétiques ne sont pas le moyen de comprendre une situation, mais servent d'outils pour modifier la situation, une fois que celle-ci est comprise. C'est la recherche du troisième élément par l'étude de la relation entre les deux premiers éléments qui amène à modifier la situation. Selon une perspective adoptant le point de vue du paradigme relationnel, une tâche de résolution de problèmes devrait donner l'occasion d'analyser les relations additives présentes dans la situation.

Nous considérons le paradigme opérationnel comme un cadre d'analyse des problèmes, alors que le paradigme relationnel éclaire le but didactique de la tâche de

2. Traduit par les auteures.

résolution de problèmes additifs, car il vise le développement de la compréhension de la relation additive.

Un cadre d'analyse des gestes didactiques des enseignants

Habituellement, un problème textuel décrit une situation qui est contextualisée dans la vie réelle ou dans l'imaginaire. Pour analyser les contextes présents dans les problèmes, nous avons utilisé le modèle ethnomathématique Math and Citizenship Competencies Learning Model, inspiré par Mukhopadhyay et Greer (2001) et développé par Savard (2008). Selon ce modèle, une tâche de résolution du problème peut contenir des contextes de différents ordres : un contexte socioculturel, un contexte citoyen et un contexte mathématique. Le modèle ethnomathématique suggère que les contextes socioculturel et citoyen jouent un rôle important dans la tâche en donnant aux élèves le premier accès à la situation et en servant de lien entre les mathématiques du problème et la vie de l'enfant. Ce modèle assume également que les étudiants passent d'une analyse quotidienne de la situation en contexte socioculturel à une analyse mathématique des quantités et des relations mathématiques pour modéliser la situation en contexte mathématique. Le développement du raisonnement mathématique devient possible grâce à cette analyse du contexte mathématique du problème. Le développement d'une pensée critique fait également partie de ce modèle. Une pensée critique peut se développer à l'intérieur même du contexte mathématique ou bien par l'utilisation des résultats mathématiques pour fournir un nouvel éclairage aux contextes socioculturel et citoyen.

Nous avons voulu étudier comment les enseignantes effectuent le passage entre les contextes socioculturel et mathématique des problèmes pour guider les élèves dans l'analyse des relations additives présentes dans les tâches.

Méthodologie

Dans le cadre d'un projet de recherche subventionné par le ministère de l'Éducation du Québec, nous avons conçu et mis en œuvre un programme de formation pour aider les enseignants à revoir leurs pratiques et à concevoir de nouvelles approches de l'enseignement de la résolution de problèmes ayant des structures additives. Nos participantes avaient plus de six années d'expérience au primaire : six enseignaient en première année et six en deuxième année. Nous avons vu notre projet comme une conversation continue entre les enseignants, la conseillère pédagogique de la commission scolaire et nous. Nous présentons dans cet article les quatre phases de la conversation.

Pour répondre à la première question de recherche, nous avons procédé en deux phases. Nous avons d'abord étudié les pratiques des enseignantes, avant toute intervention de notre part. Nous avons interrogé les enseignantes quant aux motifs guidant leur choix de problèmes textuels à proposer à leurs élèves. Nous les avons aussi interrogées sur les interventions qu'elles effectuent régulièrement pendant la résolution des problèmes par les élèves:

1. Comment choisissez-vous un problème pour votre activité de résolution de problèmes?
2. Quelles sont vos interventions principales pendant la résolution du problème par les élèves?

Nous avons recueilli et analysé leurs réponses. À partir de ces informations, nous avons défini les rôles attribués ainsi que les contextes suggérés par leurs réponses.

Nous avons demandé à certaines de nos participantes de nous permettre de les filmer en classe en début d'année durant une activité de résolution de problèmes. Pendant cette phase, nous avons utilisé la classification de problèmes proposée par Riley *et al.* (1984) pour analyser la structure des problèmes présentés aux élèves[3]. Ensuite, nous avons utilisé le modèle ethnomathématique et le paradigme relationnel pour analyser les gestes didactiques des enseignantes, c'est-à-dire ce qu'elles font pour amener les élèves à passer d'un contexte à un autre.

Deux nouvelles phases ont été nécessaires pour nous permettre de répondre à notre deuxième question de recherche. À la phase trois, nous avons conçu et proposé aux enseignantes un jeu de rôle afin qu'elles puissent clarifier pour elles-mêmes les différents contextes mis en œuvre dans le problème. Nous avons choisi d'attirer leur attention sur les contextes socioculturel et mathématique, car le premier est la porte d'entrée du problème, alors que le second est l'objet de la situation d'enseignement/apprentissage. Nous avons également attiré leur attention sur les étapes de résolution d'un problème mathématique textuel. Nous avons filmé et analysé ces sessions de formation en définissant les contextes. Nous avons continué à former nos participantes en leur proposant d'autres discussions sur les structures mathématiques et sur leur enseignement dans le paradigme relationnel. La tâche de résolution d'un problème est vue comme une occasion pour l'élève d'analyser la structure mathématique du problème à partir du contexte socioculturel ou, autrement dit, l'habillage du problème. L'élève doit reconnaître la relation additive contenue dans le problème, la représenter en utilisant un diagramme, puis dégager l'opération arithmétique, exécuter l'opération pour trouver la réponse numérique et, finalement, donner le sens à cette réponse dans le contexte socioculturel du problème.

Dans la phase quatre, nous avons filmé dans des classes les activités de résolution de problèmes mises en œuvre par les participantes à la suite de la formation reçue. Nous avons transcrit et analysé les points importants des enregistrements avec les enseignantes pendant les sessions de formation et également en classe avec leurs élèves.

Dans cet article, nous présentons l'analyse des résultats pour chacune des phases. Nous utilisons des pseudonymes pour nommer les enseignantes. En appliquant l'approche qualitative-interprétative (Savoie-Zajc, 2000), nous voulons donner

3. Selon une perspective adoptant le paradigme relationnel, la classification des problèmes permet, entre autres, de définir la nature des relations entre les données, soit la structure du problème.

un sens aux rôles que les enseignantes attribuent aux tâches de résolution de problèmes et aux gestes didactiques qu'elles posent.

Résultats et analyse

Les différents rôles de la résolution de problèmes

Au début du projet, les enseignantes participantes étaient libres de choisir des problèmes textuels ayant des structures additives pour travailler avec leurs élèves. Nous leur avons demandé les motifs justifiant leur choix de problèmes et leurs interventions pendant l'activité de résolution des élèves. Nous avons également filmé certaines de nos participantes, en début d'année scolaire, avant toute intervention de notre part.

En portant une grande attention au contexte socioculturel, des enseignantes ont perçu le rôle de la résolution de problèmes textuels comme étant de favoriser la socialisation et la motivation des élèves. La tâche a été perçue comme une occasion de lier la tâche à la vie quotidienne des élèves ou aux événements culturels importants de la société. C'est ce que nous a expliqué Kristine, enseignante de première année: « *J'essaie d'intégrer les autres matières en contexte actuel.* » Diane, enseignante de deuxième année, est allée dans le même sens: « *Je choisis des problèmes selon* […] *les thèmes en fonction de la saison ou d'un événement, par exemple Noël, la Saint-Valentin…* » Elle a ajouté qu'elle veut susciter l'intérêt des élèves: « *Je questionne l'intérêt des étudiants au contexte.* » En classe, lors de l'introduction d'un problème textuel à résoudre, Anna a rappelé à ses élèves l'activité des papillons vécue la semaine précédente et elle a fait un lien avec les sciences de la nature (Anna, 1re année), alors que Betty a dit que l'histoire pourrait porter sur un des élèves de la classe (Betty, 1re année).

Un autre rôle que nos enseignantes ont attribué à la résolution de problèmes textuels est d'offrir une possibilité de développer les habiletés langagières des élèves. La tâche a été perçue comme une occasion de travailler la lecture et la compréhension du texte ainsi que le vocabulaire et la ponctuation. Le processus de compréhension de lecture a donc été utilisé dans les textes des problèmes présentés aux élèves: « *On travaille les mots nouveaux par rapport au contexte* », nous a dit Diane, enseignante de deuxième année. En classe de première année, Anna a montré le texte sur un tableau blanc interactif, une phrase à la fois, et elle a lu la phrase avec les élèves. Les enseignantes désiraient donner accès aux textes des problèmes à leurs élèves en discutant des mots utilisés dans les problèmes: « *Je m'assure que le vocabulaire utilisé est bien compris* », nous a affirmé Betty, enseignante de première année. Toujours en classe de première année, Anna a encerclé la lettre majuscule au début du premier mot et le point ou point d'interrogation à la fin de chaque phrase. Nous pensons que le fait de travailler les habiletés langagières pour elles-mêmes, comme l'a fait Anna, risque de détourner l'attention des élèves de la tâche mathématique et peut créer une surcharge cognitive pour ces derniers.

En se concentrant davantage sur le contexte mathématique, des enseignantes ont perçu le rôle de la résolution de problèmes textuels qui est de favoriser la mobilisation de concepts mathématiques déjà appris, de modéliser et de développer des habiletés métacognitives. Ainsi, le rôle consistant à mobiliser des concepts mathématiques dans la résolution de problèmes est lié à une réutilisation des concepts. Dès lors, la tâche a été perçue principalement comme une occasion d'utiliser des connaissances déjà acquises et non pas comme une occasion d'acquérir de nouvelles connaissances :

«J*e choisis des problèmes selon les concepts [mathématiques] déjà vus en classe*» (Diane, 2e année).

«*Je prends en considération les thèmes [mathématiques] déjà travaillés en classe pour que les problèmes aient un sens pour les élèves*» (Betty, 1re année).

«*J'invite les élèves à utiliser les connaissances mathématiques déjà acquises*» (Kristine, 1re année).

La modélisation mathématique a été identifiée comme un des rôles associés à la résolution de problèmes. Ainsi, Betty, enseignante de première année, a soutenu la compréhension de ses élèves en identifiant les données du problème, soit les nombres présents dans le texte : «*Je clarifie les données importantes.*» En classe, elle a demandé à ses élèves de représenter les nombres du texte sur leurs doigts. Sa collègue de première année a elle aussi amené ses élèves à identifier les données : en classe, Anna a discuté avec les élèves des phrases qui contiennent des nombres, les a appelées «les données importantes» et a encerclé les nombres et les descripteurs. Diane, enseignante de deuxième année, a soutenu ses élèves dans l'organisation des données : «*Nous organisons les données.*» Cette organisation est en fait une procédure pour représenter les données, par dessin ou en utilisant des objets, pour faciliter le calcul, comme nous l'a montré Anna. En classe, celle-ci a expliqué aux élèves qu'ils pouvaient employer n'importe quelle stratégie ou n'importe quel matériel. Elle a aussi suggéré de dessiner des papillons ou des petits cercles, mais elle n'a proposé aucune explication concernant la différence entre une image artistique et une représentation graphique de la structure mathématique du problème. La modélisation semble donc consister à identifier les données numériques contenues dans le texte et à les représenter pour opérer.

Le rôle de la résolution de problèmes dans le développement d'habiletés métacognitives a pris forme sous l'organisation du travail de résolution. Ainsi, Kristine, enseignante de première année, a proposé à ses élèves de jouer un personnage afin de bien marquer les différentes étapes de la résolution et d'amener ainsi les élèves à organiser leur travail : «*J'utilise des personnages : le penseur, l'architecte et le constructeur.*»

La reconnaissance des relations entre les quantités, l'analyse et la représentation de la structure mathématique du problème et la recherche de l'opération mathématique à effectuer basée sur l'analyse n'ont pas été mentionnées par nos enseignantes ni même observées en classe. En fait, les données recueillies nous amènent à faire l'hypothèse que les enseignantes n'arrivaient pas à distinguer la situation décrite dans le problème de sa structure mathématique. Le mode de représentation par objets que les enseignantes utilisaient à la manière d'Anna pour modéliser le problème supportait bien le calcul, mais ne favorisait pas vraiment la discussion ni sur les relations quantitatives, ni sur la structure du problème.

Effets sur l'accessibilité aux mathématiques présentes dans la tâche

Nous avons analysé les instructions données par deux enseignantes de première année avant que les élèves commencent à travailler individuellement, ainsi que les actions des élèves pendant le travail individuel. Notre attention a porté sur l'introduction du problème aux élèves et nous avons essayé de voir comment cette introduction leur a facilité l'accès à la structure mathématique du problème. En nous situant dans le paradigme relationnel, nous nous sommes attardées aux éléments présents ou non dans les instructions données par l'enseignante en relation avec l'analyse des relations présentes dans le problème.

L'enseignante Anna a utilisé le problème de comparaison de quantités de papillons dans lequel la différence est inconnue.

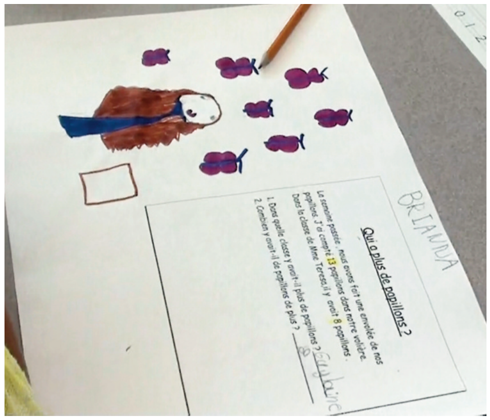
> *La semaine passée, nous avons fait s'envoler nos papillons. J'ai compté 13 papillons dans notre volière. Dans la classe de madame Teresa, il y avait 8 papillons. Quelle classe a le plus de papillons? Combien de plus?*

Le contexte socioculturel choisi par Anna est bien près de ses élèves, car ils venaient de vivre l'activité d'envolée de papillons la semaine précédente. Anna a présenté l'activité aux élèves comme une résolution de problème et elle a attiré leur attention sur la lecture du texte du problème. Elle a montré le texte sur le tableau blanc interactif, une phrase à la fois, a lu la phrase avec les élèves, a encerclé la lettre majuscule au début du premier mot et le point à la fin de chaque phrase. Anna a rappelé à ses élèves l'activité de papillons vécue la semaine précédente et elle a fait un lien avec les sciences de la nature. Ensuite, elle a essayé de travailler le contexte mathématique. Anna a discuté avec les élèves des phrases qui contiennent des nombres, a appelé ces phrases « les données importantes » et a encerclé les nombres et les descripteurs, mais elle n'a pas discuté le sens de l'expression mathématique « de plus que » avec les élèves.

Anna a précisé à ses élèves le type de réponses qu'elle attendait pour ce problème (le nom de l'enseignante-personnage du problème et le nombre de différences) et elle a indiqué où ces réponses doivent être inscrites sur la feuille. Pour renvoyer les élèves aux méthodes de représentation et de calcul déjà vus en classe, elle leur a dit qu'ils pouvaient employer n'importe quelle stratégie ou n'importe quel matériel : dessiner des papillons ou des petits cercles, se servir des jetons de calcul, utiliser la droite numérique, utiliser ses doigts, etc. Elle a suggéré aux élèves de laisser des traces de leur démarche sur le papier pour expliquer leur raisonnement en vue de trouver la réponse, mais elle n'a proposé aucune explication concernant la différence entre une image artistique et une représentation graphique de la structure mathématique du problème.

Plusieurs élèves ont dessiné des papillons, certains sans référence aucune aux données du problème. Dans ce cas, les dessins n'ont fourni de réel support ni à la compréhension mathématique du problème ni aux calculs.

Figures 1 et 2. **Représentations du problème de papillons par des élèves**



Plusieurs élèves ont dessiné le nombre correct de papillons ou de petits cercles, mais sans organisation particulière sur papier. Il semblerait que plusieurs élèves ne savaient plus quoi faire ensuite. Certains ont encerclé les nombres dans le texte, mais ne semblaient pas être en mesure de poursuivre. Un élève a utilisé la droite numérique pour trouver la différence entre les deux nombres. Quelques élèves ont écrit une expression mathématique correcte (13-8) et calculé la réponse mentalement. Nous avons vu que des élèves ont essayé de représenter le problème, mais il semblerait qu'ils n'aient pas reconnu la structure mathématique du problème ou n'aient pas cherché à la découvrir. Nous en concluons que les élèves ne savaient pas représenter la structure mathématique du problème, mais qu'ils étaient en mesure de représenter l'histoire ou le processus de calcul.

L'enseignante Betty a utilisé le problème de comparaison de l'âge où le référent est inconnu.

Amélie a 6 ans. Elle est 2 ans plus âgée que sa sœur Rita. Quel âge a Rita?

Betty, elle aussi, a commencé sa leçon dans le contexte socioculturel. Elle a tenté de renvoyer les élèves à leur vie quotidienne en disant que l'histoire pourrait porter sur un des élèves de la classe. Betty a montré le texte du problème à l'écran et elle a lu une phrase à la fois avec les élèves. Ensuite, elle a tenté d'accéder au contexte mathématique en attirant l'attention des élèves vers les nombres. Quand ils trouvaient ensemble un nombre dans le texte, elle demandait aux élèves de représenter ce nombre sur leurs doigts. Elle a ensuite comparé les différentes représentations du nombre 6 sur les doigts des deux mains. Betty n'a pas discuté le sens de l'expression relationnelle « 2 ans plus âgée que… ». Elle a donc attiré l'attention des élèves sur la représentation du nombre 2 en tant que quantité plutôt qu'en termes relationnels. Ce qui risquait d'induire les élèves en erreur, puisque dans ce problème le nombre 2 représente une différence. Finalement, Betty a demandé aux élèves de trouver la réponse en faisant des marques sur leur ardoise.

Certains élèves ont écrit la réponse immédiatement, puis ils ont essayé de composer l'expression mathématique. Quelques élèves ont dessiné les deux personnes, ils ont inscrit leurs âges et se sont arrêtés à cette étape. D'autres ont écrit l'expression mathématique attendue, soit 6 – 2 = 4. Quelques élèves ont écrit la réponse 4 et l'ont illustrée avec quatre points. D'autres encore ont écrit l'expression mathématique incorrecte 6 + 2 = 2 ou bien l'expression mathématique 6 + 2 = 8 qui ne correspond pas au problème posé.

Nous pouvons voir que les deux enseignantes ont porté une grande attention à la lecture du texte et au vocabulaire. Elles ont été sensibles au contexte socioculturel en faisant des liens avec la vie des élèves. Les discussions portant sur le contexte et les aspects linguistiques ont pris beaucoup de place dans les deux activités. Nous ne sommes cependant pas parvenues à observer une discussion explicite sur la structure mathématique du problème. Les instructions données par les enseignantes ont été imprécises quant à l'analyse mathématique et à la représentation que leurs élèves devaient utiliser. Les élèves devaient-ils représenter le problème comme un événement quotidien (dessiner des papillons ou des personnes), devaient-ils dégager les relations quantitatives entre les données, ou faire les deux? Les instructions sur le travail mathématique attendu des élèves n'ont pas été très claires non plus. Les élèves devaient-ils deviner la réponse, utiliser les opérations arithmétiques d'addition ou de soustraction vues en classe, ou bien commencer par l'analyse de relations quantitatives entre les données? Bref, nous n'avons observé aucun geste didactique des enseignantes qui confirmerait que celles-ci ont porté une attention spéciale et explicite à la structure mathématique du problème au moment d'introduire la tâche. Nous pouvons conclure que les instructions données par les enseignantes n'ont pas été vraiment claires quant au rôle de la résolution, c'est-à-dire de favoriser le développement de la compréhension de la structure mathématique du problème.

Nous pensons que cette absence de clarté a provoqué les effets suivants. La majorité des élèves ne sont jamais arrivés à voir ou à discuter la structure mathématique du problème : ils étaient préoccupés à dessiner, colorier, deviner, compter et écrire des expressions mathématiques (correctes ou non correctes). Très peu d'élèves se sont préoccupés d'analyser la structure ou de la représenter. Bref, pour la majorité des élèves, les instructions données par les enseignantes lors de l'introduction des tâches n'ont pas favorisé l'accès à la structure mathématique du problème.

L'analyse en classe des discussions qui suivaient le travail individuel des élèves nous permet d'affirmer que ces enseignantes ne sont pas parvenues à guider leurs élèves du contexte socioculturel du problème vers la structure mathématique présente en contexte mathématique. Ainsi, les participantes ont vu la représentation, entendue comme première étape de la modélisation, comme un dessin quelconque, soit une représentation du contexte, des nombres ou du calcul. Le dessin n'offre pas nécessairement de support à la compréhension de la structure mathématique du problème. Les données du problème visées par les enseignantes semblent inclure seulement les nombres utilisés dans le texte, les relations en étant absentes. En fait, ce qui ressort de nos données est le manque d'outils dont disposent les enseignantes pour représenter la structure mathématique afin de modéliser le problème et de justifier le choix d'une opération. Une des enseignantes a ainsi abandonné la discussion portant sur le choix de la soustraction comme opérateur dans le problème comparant les âges de deux personnes en disant : « *J'ai choisi un mauvais problème.* »

Sensibiliser les enseignantes : le jeu du capitaine

Afin d'aider les enseignantes à bien distinguer entre le contexte socioculturel et la structure mathématique du problème, nous avons utilisé le jeu du capitaine créé par Polotskaia (2009) pour les élèves du primaire. Les participants doivent représenter le problème textuel donné de façon telle qu'une autre personne, qui n'a pas lu le texte, puisse ensuite calculer la réponse. Certaines règles doivent être respectées :

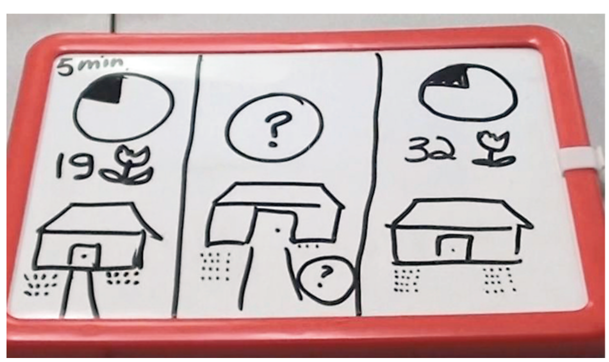
- Le problème doit être représenté par un dessin ou un diagramme.
- On ne doit pas utiliser de mots ni même de lettres.
- On peut utiliser seulement les nombres mentionnés dans le texte et le symbole « ? ».
- On ne peut pas utiliser les symboles d'opérations mathématiques, sauf « = ».

Nous avons réparti les enseignantes en équipes de trois. Un membre de chaque équipe jouait le rôle du capitaine. Le capitaine a quitté la pièce pendant que les matelots créaient le message graphique pour représenter le problème. Ensuite, le capitaine essayait de décoder le message et de calculer la réponse. Nous présentons ici un exemple de problème et d'une représentation créée par des enseignantes.

> *Annie aide sa mère à planter des tulipes devant la maison. Elles ont planifié de planter 32 tulipes. Elles ont travaillé pendant 5 minutes et ont planté quelques tulipes. Il reste 19 tulipes à planter. Combien de tulipes ont été plantées?*

Ce problème a la particularité de rechercher un terme manquant. Ainsi, l'expression mathématique 32 = ? + 19 illustre bien le défi de représenter les tulipes plantées dont le nombre est inconnu.

Figure 3. **Représentation du problème des tulipes par un groupe d'enseignantes**



Les enseignantes ont porté beaucoup d'attention aux détails du contexte socioculturel du problème (« devant la maison », « des tulipes », etc.). À travers la discussion qui suivait le jeu, les enseignantes ont reconnu qu'elles ont davantage représenté la situation que la relation mathématique. Cette conversation a mis en lumière, pour les chercheures comme pour les participantes, l'absence de clarté quant à la distinction entre le contexte socioculturel et le contexte mathématique. Le jeu est devenu un moment révélateur pour les participantes au sujet de cette distinction.

En cours de jeu, certains capitaines ont été incapables de résoudre le problème en utilisant le message préparé par leur équipe. Ce qui nous a aidées à attirer leur attention vers les différents types d'informations présents dans un problème textuel qui peuvent dégager ou ombrager la structure mathématique du problème.

Nous avons poursuivi la formation en introduisant les Diagrammes Range-Tout (Polotskaia, 2010) qui permettent de représenter la structure des problèmes. Grâce à cette technique de diagrammes, nous avons pu mieux outiller les enseignantes pour l'analyse des problèmes additifs ainsi que pour les représentations qui reflètent ces structures. Nous avons également discuté avec elles de l'introduction et de l'utilisation de ces diagrammes auprès de leurs jeunes élèves. Nous nous sommes particulièrement intéressées au développement de l'habileté des enseignantes à interroger et à discuter les structures mathématiques avec les élèves.

Bonifier les pratiques enseignantes

Pour voir les résultats de nos interventions auprès des enseignantes, nous avons filmé quelques séquences d'enseignement dans les classes. Les participantes devaient présenter aux élèves un problème ayant une structure additive et les guider dans l'analyse et la représentation de la structure mathématique du problème. Nous présentons ici deux activités filmées dans une classe de première année et dans une classe de deuxième année. Nous portons notre attention sur ce que font les enseignantes pour amener leurs élèves à analyser la structure mathématique du problème.

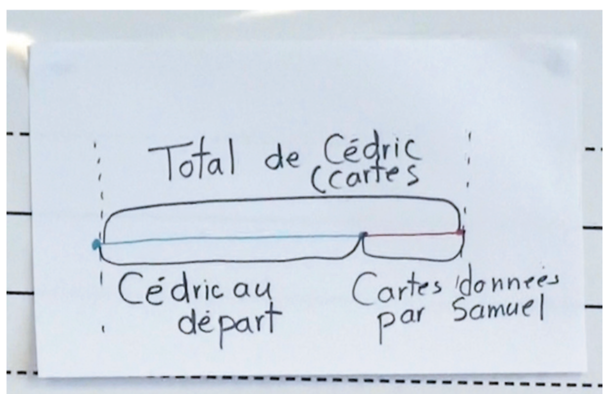
En première année, l'enseignante Anna a utilisé une situation de transformation positive qui ne comporte pas de questions à poser aux élèves. La situation présente l'état initial, la transformation et l'état final, dont les nombres ne correspondent pas les uns aux autres. La situation est donc mathématiquement impossible. Anna a commencé la leçon en rappelant aux élèves qu'ils ont déjà analysé plusieurs situations et problèmes mathématiques et qu'ils ont construit des représentations pour mieux les comprendre. Quelques diagrammes sont collés au tableau. L'enseignante a révisé rapidement les activités vécues et les diagrammes construits et a proposé qu'aujourd'hui les élèves utilisent si possible leur connaissance des diagrammes. Anna a mis le texte de la situation au tableau et demandé à un élève de lire le problème phrase par phrase.

Cédric a 15 cartes. Samuel lui en donne 3. Cédric a maintenant 20 cartes.

Elle a expliqué qu'il s'agissait des cartes *Skylander* que ses élèves collectionnent. Anna a demandé immédiatement aux élèves ce qu'ils pensaient de la situation décrite. Les élèves ont pensé que la description n'était pas exacte, car « *ça ne fait pas*

20». D'autres nombres peuvent être changés pour rendre la situation en ordre, c'est-à-dire correcte. Anna a discuté avec les élèves de toutes les possibilités de nombres qui peuvent ne pas être corrects dans le texte, c'est-à-dire chacune des trois données numériques. Certains élèves ont proposé de calculer à l'aide de la calculatrice, mais l'enseignante a insisté : avant de calculer, il faut construire le diagramme pour trouver la phrase mathématique à taper sur la calculatrice. Anna a commencé à construire le diagramme et a proposé aux élèves de réfléchir sur ce que ce diagramme représente par rapport au problème. Elle a dessiné deux segments de couleurs différentes, l'un après l'autre. Les élèves ont répondu que le premier segment représentait les cartes de Cédric au départ, alors que le deuxième représentait les cartes données par Samuel. L'enseignante a inscrit cette information sur le diagramme (voir la figure 4). Toujours en utilisant les suggestions des élèves, Anna a complété le diagramme en expliquant qu'on doit considérer toutes les cartes ensemble pour voir le total des cartes de Cédric (voir la figure 4). Jusqu'à présent, aucun nombre n'a été utilisé sur le diagramme. Anna a poursuivi la discussion pour examiner la première possibilité de correction : corriger le nombre total des cartes de Cédric. Elle a redessiné le diagramme en y ajoutant les nombres connus et le point d'interrogation. Elle a demandé aux élèves de formuler la question pour ce problème. Ensuite, Anna a interrogé les élèves au sujet de la phrase mathématique pour calculer le nombre inconnu. Le moment est ainsi venu pour un élève de taper la phrase sur la calculatrice.

Figure 4. **Diagramme construit par Anna**



De la même manière, Anna a examiné les deux autres possibilités de corrections avec les élèves. Chaque fois, le calcul est confié à la calculatrice.

Anna a toujours porté attention à lier son activité à la vie des élèves. Toutefois, au cœur de cette activité se trouvait l'analyse mathématique de la situation. Anna a clairement orienté ses élèves vers la structure mathématique du problème. Pendant la discussion, les relations entre les données ont été étudiées plusieurs fois. Ainsi, Anna a utilisé les descriptions qualitatives des données, et non pas les nombres. Elle a utilisé des expressions comme « les cartes de départ », « le total de cartes » au lieu de considérer seulement les nombres. Elle a ainsi attiré l'attention des élèves sur le rôle de chaque donnée dans la relation décrite dans le problème.

En deuxième année, l'enseignante Clara a utilisé la situation de comparaison de deux distances. La différence est inconnue.

> *Le petit frère de Julianne a parcouru 15 km à vélo. Julianne a parcouru 23 km. Combien de kilomètres Julianne a-t-elle parcourus de plus que son petit frère?*

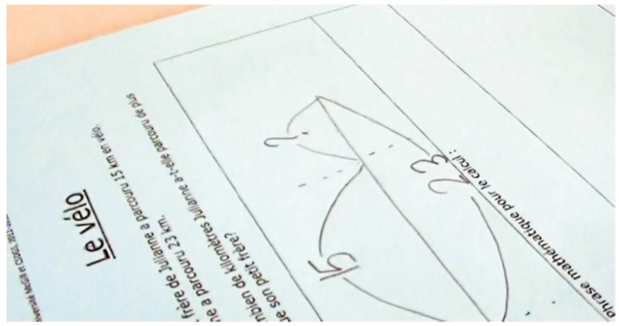
Clara a commencé l'activité en rappelant aux élèves l'activité de la veille. Puis elle leur a demandé de décrire et de discuter les deux types de diagrammes qu'ils ont utilisés, lesquels sont affichés au tableau.

Figure 5. **Deux diagrammes affichés au tableau de la classe de Clara**

Ensemble, ils ont discuté dans quels cas (comparaison ou autre) il convient d'utiliser chaque diagramme. Clara a précisé aux élèves qu'ils devaient déterminer d'abord quel diagramme représente mieux la situation. Ensuite, ils devaient trouver la phrase mathématique qui indique le calcul à faire pour résoudre le problème. Un élève a lu le problème à voix haute, puis Clara a relu le problème encore une fois. Clara a demandé aux élèves de trouver ce qu'on connaît dans le problème et de préciser ce que l'on cherche. Clara a proposé aux élèves de travailler en équipe de trois pour discuter et argumenter leur choix.

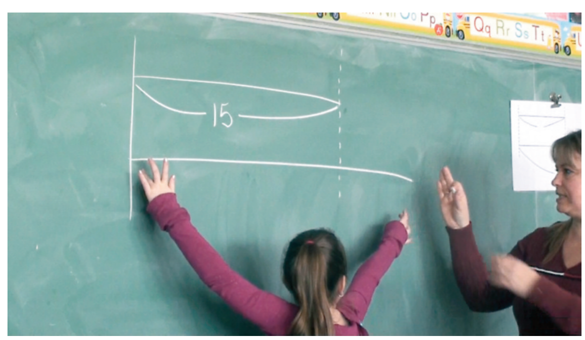
L'équipe d'élèves que nous avons observée a choisi le diagramme de comparaison (« *ce qui est en haut au tableau* »). Bien que deux membres de l'équipe aient dessiné le diagramme à un segment et que le troisième ait tracé le diagramme à deux segments, les trois membres ont identifié correctement quelles parties de ces diagrammes devaient représenter les données du problème (voir la figure 6). Ensemble, les membres de l'équipe ont trouvé la phrase mathématique 23-15.

Figure 6. **Représentation construite par un élève**



En discussion en grand groupe, tous les élèves ont confirmé qu'ils ont utilisé le diagramme de comparaison. Clara a proposé de discuter comment identifier les données sur le diagramme et elle a demandé aux élèves de venir les montrer au tableau et d'argumenter leur choix en se référant au problème (voir la figure 7). S'appuyant sur le diagramme construit, les élèves ont proposé la phrase mathématique pour trouver l'inconnue. Clara a ensuite demandé aux élèves, qui avaient déjà calculé la réponse, d'annoncer le nombre. Ensemble, les élèves et l'enseignante ont expliqué ce que le nombre trouvé représente dans l'histoire.

Figure 7. **Discussion sur la représentation**



Dans cette activité, l'enseignante n'a pas discuté avec les élèves du contexte du problème. Toutefois, ce contexte porte sur la vie de tous les jours des élèves de cet âge (excursion à vélo, parcours en kilomètres). Le temps de l'activité est principalement consacré à l'identification de la structure mathématique du problème et à la coordination entre le problème et la représentation par un diagramme. L'enseignante a clairement indiqué les étapes de l'analyse à faire : identifier le type de diagramme; définir les données du problème sur le diagramme choisi. La procédure de calcul n'a pas été discutée, puisque l'enseignante voulait guider ses élèves dans l'analyse du problème afin d'identifier les données importantes et de choisir l'opération à effectuer. Dans la discussion qui a suivi, le nombre calculé constituant la réponse a été reconnu comme un élément mathématique de la situation et son sens dans la réalité du problème a été discuté.

Nous voulons maintenant indiquer quels gestes didactiques ont facilité l'accès des élèves à l'analyse mathématique de problèmes dans les activités décrites. Premièrement, au début de chaque activité, les deux enseignantes ont invité les élèves à se rappeler l'expérience mathématique vécue précédemment qu'elles, les enseignantes, jugeaient pertinente pour l'activité. Anna a discuté les problèmes et les activités dans lesquelles les diagrammes ont été utilisés. Clara a discuté les deux types de diagrammes utilisés auparavant. Ce rappel des connaissances mathématiques facilite l'accessibilité au problème, comme l'ont suggéré Jackson *et al.* (2012). De plus, il permet d'attirer l'attention des élèves vers le contexte mathématique de la situation. Deuxièmement, les deux enseignantes ont prêté attention au contexte du problème : elles ont choisi un contexte socioculturel simple et facilement accessible aux élèves. De plus, Anna a brièvement discuté du contexte avec ses élèves. Toutefois, dans les deux cas, le contexte n'a pas pris la place principale dans l'activité. On peut dire qu'il agit comme porte d'entrée dans le domaine mathématique en servant de toile de fond aux relations mathématiques présentes dans le problème. Troisièmement, l'aspect linguistique est traité, dans les deux cas, en accord avec les besoins mathématiques des élèves. Anna a formulé le problème en un texte court et simple et elle a lu le texte phrase par phrase avec les élèves. Clara a demandé à un élève de lire le texte à voix haute, puis elle l'a elle-même relu. Nous pouvons constater que le travail sur l'aspect linguistique sert d'outil pour assurer l'accès à l'analyse mathématique et n'est plus un apprentissage langagier en soi. Les enseignantes ont ainsi abordé le contexte socioculturel de façon directe et simple afin de faciliter le passage des élèves vers le contexte mathématique de la situation. Quatrièmement, l'analyse mathématique constitue le noyau des deux activités. Les deux enseignantes ont très clairement annoncé leurs attentes mathématiques. Anna a utilisé une intrigue mathématique (situation impossible) pour amorcer la discussion sur les relations entre les données. Elle a dessiné un diagramme et elle a demandé aux élèves de l'interpréter. Clara a explicitement formulé ses attentes en précisant les étapes de travail que les élèves devaient suivre. La procédure de calcul n'a pas été discutée dans ces deux activités, puisque ce n'était pas l'enjeu. Ce choix pédagogique a envoyé le message suivant aux élèves : le plus important dans l'activité ce sont les relations entre les quantités et la représentation de ces relations. Enfin, les deux enseignantes ont porté une grande attention aux relations entre les quantités discutées, leur place dans la représentation et leur rôle dans l'histoire initiale. On peut conclure que les enseignantes ont attribué un grand rôle à la structure mathématique du problème dans la résolution. Le contexte mathématique est dorénavant explicite pour elles et elles sont maintenant en mesure de guider les élèves à l'intérieur de ce contexte.

Discussion et conclusion

L'analyse des deux premières étapes de notre conversation continue avec nos enseignantes a clarifié les rôles spécifiques qu'elles attribuaient à l'activité de résolution de problèmes textuels ayant des structures additives. Nous avons pu catégoriser ces rôles selon les contextes socioculturel et mathématique. Ainsi, les rôles attribués dans le contexte socioculturel, soit de favoriser la socialisation et la motivation des élèves et d'offrir une possibilité de développer les habiletés langagières des élèves, se reflétaient dans leurs pratiques pédagogiques. Toutefois, l'utilisation des pratiques associées à ces rôles ne s'effectuait pas toujours au profit de l'analyse mathématique du problème. Ces enseignantes avaient de la difficulté à distinguer le contexte mathématique, car elles faisaient uniquement référence aux nombres présents dans le texte et ne voyaient pas clairement la structure mathématique du problème. Elles s'attardaient plutôt à l'habillage du problème, c'est-à-dire au contexte socioculturel. Ce qui pouvait camoufler le raisonnement mathématique que les élèves devaient mettre en œuvre dans l'activité et pouvait affecter négativement leur accès à la tâche. L'activité de formation le « jeu du capitaine » nous a aidées à créer un conflit cognitif et à mettre en lumière la problématique. Ce moment révélateur a permis aux enseignantes de s'ouvrir aux nouvelles idées et au changement proposé plus tard lors de la formation. Ce jeu de rôle a aidé également les participantes à développer un regard éclairé sur la structure mathématique du problème et à reconnaître le travail spécifique qu'elles doivent mettre en place pour aider leurs élèves à « mathématiser » le problème.

Nous avons réalisé qu'une seule activité est insuffisante pour changer profondément une pratique enseignante. Durant la formation, nous avons proposé aux participantes plusieurs autres activités, notamment une analyse de problèmes, la composition de problèmes pour leurs élèves, l'observation et l'analyse d'extraits d'enseignement tirés de vidéos tournées dans le cadre du projet. Nous avons aussi porté une grande attention à l'instrumentation didactique de nos participantes. Nous avons partagé avec elles plusieurs activités et scénarios didactiques pour mieux soutenir leur travail dans la classe. Nous pouvons constater que nos efforts ont porté leurs fruits. L'analyse des observations à la fin de l'année a montré un grand changement dans les pratiques d'enseignement. Les enseignantes portent maintenant une attention particulière au contexte mathématique du problème. Elles utilisent différentes activités pour amener leurs élèves à dégager et à discuter la structure mathématique du problème. L'intérêt porté au contexte socioculturel sert dorénavant à donner accès au contexte mathématique. Les enseignantes montrent ainsi qu'elles sont en mesure de créer des ponts entre les contextes afin d'amener les élèves en contextes mathématiques pour modéliser et résoudre des problèmes textuels ayant des structures additives.

Références bibliographiques

BARROUILLET, P. et CAMOS, V. (2002). Savoirs, savoir-faire arithmétiques et leurs déficiences (version longue). Ministère français de la Recherche, programme Cognitique, école et sciences cognitives.

BARTOLINI BUSSI, M. G., CANALINI, R. et FERRI, F. (2011). Towards cultural analysis of content: Problems with variation in primary school. In J. Novotná et M. Hana (dir.), *The Mathematical Knowledge Needed for Teaching in Elementary Schools CEMT11* (p. 9-21).

CARPENTER, T. P., FENNEMA, E., FRANKE, M. L., LEVI, L. et EMPSON, S. B. (1999). *Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction.* Portsmouth, NH : Heinemann.

DAVYDOV, V. V. (1982). Psychological characteristics of the formation of mathematical operations in children. Dans T. P. Carpenter, J. M. Moser et T. A. Romberg (dir.), *Addition and Subtraction: Cognitive Perspective* (p. 225-238). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

IANNECE, D., MELLONE, M. et TORTORA, R. (2009). Counting vs. measuring: Reflections on number roots between epistemology and neuroscience. Dans M. Tzekaki et M. Kaldrimidou (dir.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 3, p. 209-216). Thessalonique, Grèce : PME.

JACKSON, K. J. et COBB, P. A. (2010). Refining a vision of ambitious mathematics instruction to address issues of equity. Dans *Annual Meeting of the American Educational Research Association.* Denver, CO.

JACKSON, K. J., SHAHAN, E. C., GIBBONS, L. K. et COBB, P. A. (2012). Launching complex tasks. Consider four important elements of setting up challenging mathematics problems to support all students' learning. *Mathematics Teaching in the Middle School, 18*(1), 24-29.

LEIKIN, R. (2009). Multiple proof tasks. Teacher practice and teacher education. Dans F.-L. Lin, F.-J. Hsieh, G. Hanna et M. De Villiers (dir.), *ICMI Study19 Conference: Proof and Proving in Mathematics Education* (p. 2-31 – 2-36). Taipei, Taiwan : The Department of Mathematics, National Taiwan Normal University.

MUKHOPADHYAY, S. et GREER, B. (2001). Modeling with purpose. Mathematics as a critical tool. Dans B. Atweh, H. Forgasz et B. Nebres (dir.), *Sociocultural Research on Mathematics Education: An International Perspective* (p. 295-311). Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

NESHER, P., GREENO, J. G. et RILEY, M. S. (1982). The development of semantic categories for addition and subtraction. *Educational Studies in Mathematics, 13*, 373-394.

NUNES, T., BRYANT, P., EVANS, D., BELL, D. et BARROS, R. (2011). Teaching children how to include the inversion principle in their reasoning about quantitative relations. *Educational Studies in Mathematics*, 371-388.

PAPE, S. J. (2003). Compare word problems. Consistency hypothesis revisited. *Contemporary Educational Psychology, 28*(3), 396-421.

POLOTSKAIA, E. (2009). Communication de la structure mathématique du problème par les élèves du primaire. Analyse d'un scénario didactique. Dans *Problem Solving and Institutionalization of Knowledge. Proceedings of CIEAEM 61* (p. 178-183). Montréal : G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy).

POLOTSKAIA, E. (2010). Des représentations graphiques dans l'enseignement des mathématiques – Deux jeux pour apprendre. *Bulletin AMQ, L*(1) (novembre), 12-28.

RILEY, M. S., GREENO, J. G. et HELLER, J. L. (1984). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. Dans H. P. Ginsburg (dir.), *The Development of Mathematical Thinking* (p. 153-196). Orlando, FL : Academic Press.

SAVARD, A. (2008). *Le développement d'une pensée critique envers les jeux de hasard et d'argent par l'enseignement des probabilités à l'école primaire : vers une prise de décision.* Université Laval.

SAVOIE-ZAJC, L. (2000). La recherche qualitative/interprétative en éducation. Dans T. Karsenti et L. Savoie-Zajc (dir.), *Introduction à la recherche en éducation* (p. 171-198). Sherbrooke : Éditions du CRP.

SUN, X. et CHAN, K. (2009). Regenerate the proving experience: An attempt for improvement original theorem proof constructions of student teachers bby using spiral variation curriculum. Dans F.-L. Lin, F. J. Hsieh, G. Hanna et M. De Villiers (dir.), *ICMI Study19 Conference. Proof and Proving in Mathematics Education* (p. 2–172 – 2–177) Taipei, Taiwan : The Department of Mathematics, National Taiwan Normal University.

THEVENOT, C. (2010). Arithmetic word problem solving. Evidence for the construction of a mental model. *Acta Psychologica, 133*(1), 90-95.

VERGNAUD, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. Dans T. P. Carpenter, J. M. Moser et T. A. Romberg (dir.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective* (p. 39-59). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

XIN, Y. P., WILES, B. et LIN, Y.-Y. (2008). Teaching conceptual model-based word problem story grammar to enhance mathematics problem solving. *The Journal of Special Education, 42*(3), 163-178.