Éducation et francophonie

Interpréter la créativité du raisonnement dans les productions d'élèves en mathématiques d'une communauté d'apprentissages multidisciplinaires interactifs

Interpreting the creativity of reasoning in students' mathematics work in a multidisciplinary and interactive learning community

Interpretar la creatividad del razonamiento en las producciones matemáticas de los alumnos de una comunidad de aprendizajes multidisciplinarios interactivos

Jean-Philippe Bélanger, Lucie Deblois et Viktor Freiman

Volume 42, numéro 2, automne 2014

Résolution de problèmes en mathématiques : un outil pour enseigner et un objet d'apprentissage

URI : https://id.erudit.org/iderudit/1027905ar
DOI : https://doi.org/10.7202/1027905ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Association canadienne d'éducation de langue française

ISSN

1916-8659 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Bélanger, J.-P., Deblois, L. & Freiman, V. (2014). Interpréter la créativité du raisonnement dans les productions d'élèves en mathématiques d'une communauté d'apprentissages multidisciplinaires interactifs. *Éducation et francophonie*, *42*(2), 44–63. https://doi.org/10.7202/1027905ar

Résumé de l'article

En approfondissant le concept du jeu symbolique (Vygotsky, 1933/1966) traité dans la théorie de l'imagination créative (Smolucha, 1992), nous avons défini la notion d'imagination et de créativité pour la situer dans le processus d'apprentissage des élèves (DeBlois, 2003). Ces productions s'inscrivent dans le contexte de la résolution de problèmes algébriques par des élèves du troisième cycle du primaire et du premier cycle du secondaire. Notre étude a porté sur 50 productions d'élèves venant d'une communauté d'apprentissages multidisciplinaires interactifs (CAMI). Nous avons utilisé la métaphore des couleurs pour cerner les quatre créativités émergeant des productions des élèves.

Interpréter la créativité du raisonnement dans les productions d'élèves en mathématiques d'une communauté d'apprentissages multidisciplinaires interactifs

Jean-Philippe BÉLANGER
Université Laval, Québec, Canada

Lucie DEBLOIS
Université Laval, Québec, Canada

Viktor FREIMAN
Université de Moncton, Nouveau-Brunswick, Canada

RÉSUMÉ

En approfondissant le concept du jeu symbolique (Vygotsky, 1933/1966) traité dans la théorie de l'imagination créative (Smolucha, 1992), nous avons défini la notion d'imagination et de créativité pour la situer dans le processus d'apprentissage des élèves (DeBlois, 2003). Ces productions s'inscrivent dans le contexte de la résolution de problèmes algébriques par des élèves du troisième cycle du primaire et du premier cycle du secondaire. Notre étude a porté sur 50 productions d'élèves venant d'une communauté d'apprentissages multidisciplinaires interactifs (CAMI). Nous avons utilisé la métaphore des couleurs pour cerner les quatre créativités émergeant des productions des élèves.

ABSTRACT

Interpreting the creativity of reasoning in students' mathematics work in a multidisciplinary and interactive learning community

Jean-Philippe BÉLANGER
University Laval, Quebec City, Canada

Lucie DEBLOIS
University Laval, Quebec City, Canada

Viktor FREIMAN
University of Moncton, New Brunswick, Canada

Expanding the concept of symbolic play (Vygotsky, 1933/1966) addressed in the theory of the creative imagination (Smolucha, 1992), we defined the concept of imagination and creativity in relation to the student learning process (DeBlois, 2003). This work falls under the realm of algebraic problem solving by students in third cycle elementary and first cycle secondary. We based our study on 50 examples of student work from a Multidisciplinary Interactive Learning Community (MILC). We used colour metaphors to identify the four types of creativity that emerged from the student work.

RESUMEN

Interpretar la creatividad del razonamiento en las producciones matemáticas de los alumnos de una comunidad de aprendizajes multidisciplinarios interactivos

Jean-Philippe BÉLANGER
Universidad Laval, Quebec, Canadá

Lucie DEBLOIS
Universidad Laval, Quebec, Canadá

Viktor FREIMAN
Universidad de Moncton, Nueva-Brunswick, Canadá

Al profundizar el concepto de juego simbólico (Vygotsky, 1933/1966) tratado por la teoría de la imaginación creativa (Smolucha, 1992), definimos la noción de imaginación y de creatividad para situarla en el proceso de aprendizaje de los alumnos (DeBlois, 2003). Las producciones se sitúan en el contexto de resolución de problemas algebraicos realizados por alumnos de tercer ciclo de primaria y de primer ciclo de secundaria. Realizamos nuestro estudio a partir de 50 producciones de alumnos provenientes de una Comunidad de aprendizajes multidisciplinarios interactivos (CAMI). Utilizamos la metáfora de los colores para cernir las cuatro creatividades que emergen de las producciones de los alumnos.

Introduction

Les programmes d'études introduits dans le courant de récentes réformes de l'enseignement de mathématiques, comme celle menée au Québec, présentent la créativité comme une composante essentielle de la pensée mathématique. Par exemple, au primaire comme au secondaire, le raisonnement mathématique à développer est déductif, inductif et créatif (MELS, 2006a et b). Les activités d'apprentissage doivent alors solliciter « tout autant l'imagination, la créativité, le désir d'explorer et le plaisir de la découverte que le besoin de comprendre et d'expliquer » (MELS, 2006b, p. 268).

Toutefois, les mathématiques ne semblent pas être perçues comme une discipline ayant une composante « créativité ». Kauffman et Bauer (2004) ont d'ailleurs trouvé que plusieurs élèves s'estiment créatifs dans plusieurs disciplines scolaires, mais pas en mathématiques. Un constat semblable est fait au primaire et au secondaire. Cela se reflète dans les solutions aux problèmes proposés aux élèves. Ces derniers croient qu'ils doivent donner une seule (bonne) réponse en employant une seule (bonne) manière de la trouver (Demonty *et al.*, 2003).

Nous nous sommes donc servis de la base de problèmes et de solutions d'élèves soumis par l'intermédiaire du site Internet CAMI (http://www.caminb.ca/cfdocs/cami/cami/index.cfm). Le but de cet outil était d'aider les élèves francophones du Nouveau-Brunswick, une province canadienne bilingue pour laquelle la réforme de l'enseignement de mathématiques (Freiman *et al.*, 2012) s'inscrit dans une logique de programme souhaitant développer des compétences à résoudre des problèmes mathématiques chez les élèves.

La créativité, une manifestation de l'imagination

Le concept de créativité se définit de multiples façons (Mann, 2006). Tant dans ses définitions que dans ses approches psychologiques ou dans les types de recherches menées (Sriraman, 2009), il s'agit d'un concept difficile à cerner. Cette difficulté vient notamment du fait que la créativité peut s'intéresser au produit d'une activité ou encore au processus mis en place afin de la réaliser (Haylock, 1997). En outre, selon Levenson (2011), la créativité peut être absolue ou relative. Elle est absolue lorsqu'elle bouleverse les savoirs institutionnels.

Selon Vygotsky (2004), l'imagination est le moteur de toute activité créative à l'intérieur d'une culture. Il en va de même pour la théorie de l'imagination créative

(Smolucha, 1992). Celle-ci consiste en un agencement de plusieurs travaux de Vygotsky afin de comprendre la créativité et l'imagination au sens vygotskien. Selon cette théorie, l'imagination s'inspire du réel de deux façons. En premier lieu, l'imagination utilise des éléments du réel qu'un individu a expérimentés. En deuxième lieu, elle favorise le processus d'adaptation de l'être humain au réel, dans n'importe quelle activité créative. Dans cette perspective, l'imagination contribue à la construction du système de connaissances personnelles permettant la compréhension de la culture mathématique. Selon Smolucha (1992), ce système de connaissances est géré par l'imagination reproductive et la combinaison imaginée. Intimement liée à notre système de connaissances personnelles, l'imagination reproductive permet de recréer ce qui a été expérimenté. Quant à la combinaison imaginée, elle permet de réorganiser les éléments des expériences passées dans un nouveau contexte et, même, de parvenir à la création de nouvelles actions, une perspective qui s'apparente à la vision de l'imagination et de la créativité de Liljedahl (2009). Selon ce dernier, l'imagination regroupe un ensemble d'expériences personnelles régi par ce qui est considéré comme possible, alors que la créativité est une force qui émancipe la personne afin qu'elle reconsidère ce qui est possible. Ainsi, par la créativité, l'imagination crée de nouvelles relations entre les expériences passées, le présent et le futur. Contrairement à Smolucha (1992), Liljedahl (2009) estime que la créativité des élèves n'est pas contextualisée, mais absolue en fonction du « possible ». Or, de la lecture de Tammadge (1979) nous retenons que le contexte est une composante essentielle à la créativité, qui exige de générer des relations entre des actions et des contextes d'application. Ainsi, dès que nous changeons de contexte, le « possible » est à reconstruire pour l'élève.

Chaque élève construit constamment contre et sur son système de connaissances. En classe de mathématiques, les élèves sont invités à s'approprier une partie de la culture mathématique en s'appuyant sur leurs expériences personnelles. Puisque nous analysons les traces des élèves, nous nous intéresserons à leurs produits. Nous nous intéresserons également à la créativité relative (Levav-Waynberg et Leikin, 2012; Pehkonen, 1997), c'est-à-dire celle qui s'ancre chez un individu à partir de son interprétation et de son système de connaissances. C'est ainsi que, dès le moment où un nombre ou un mot de l'énoncé est remplacé par un autre, l'élève mobilise sa créativité pour créer de nouvelles relations entre le problème et son système de connaissances. Tous les changements de contexte d'un problème n'étant pas équivalents, il nous faut considérer le contexte dans lequel les produits de la créativité des élèves ont été conçus. En effet, les élèves devront adapter leur système de connaissances pour répondre au problème posé. Notre définition de la créativité correspond ainsi à la mise en relation du système de connaissances de l'élève avec les figures, les mots, les nombres présents dans l'activité de la résolution de problèmes, et ce, en fonction du besoin défini par l'élève.

Impact du choix de la théorie de l'imagination créative sur la résolution de problèmes

Selon Wertsch (1990), pour comprendre les travaux de Vygotsky il faut tenir compte de l'origine des changements de la pensée chez l'enfant. En corollaire, il sera important de considérer l'évolution de l'imagination, car c'est elle qui alimente la créativité de l'élève. Après avoir abordé la pensée en concepts au regard des registres sémiotiques, nous poursuivrons en traitant du jeu par rapport aux représentations de la situation.

La pensée en concepts

Selon la théorie de l'imagination créative (1992), à l'adolescence l'imagination se modifie et se transforme sous l'influence de divers regroupements de connaissances que l'élève reconstruit au fil de ses expériences. C'est ce que Vygotsky appelle « la pensée en concepts[1] » (Smolucha, 1992, p. 60). La puissance de la pensée en concepts permet à l'élève de prendre de la distance par rapport à ce qui lui est présenté (Smolucha, 1992), lui donnant ainsi la liberté nécessaire à la création.

En résolution de problèmes, il existe plusieurs façons de représenter un concept mathématique. Pour Duval (1993, p. 39), les registres de représentations sémiotiques sont « des productions constituées par l'emploi de signes appartenant à un système de représentation qui a ses contraintes propres de signifiance et de fonctionnement ». Ils correspondent à différentes représentations d'un même concept mathématique : représentation numérique (nombre), arithmétique (opérations d'addition, de multiplication…), algébrique (algèbre), géométrique (triangle, cube…) et graphique (plan cartésien, figure). Nous définissons le diagramme comme étant un dessin permettant d'actualiser les actions de l'élève, sur la base du potentiel du dessin, afin de matérialiser le possible selon le contexte du dessin (Sinclair *et al.*, 2013).

Étant donné que chaque représentation ne permet d'entrevoir qu'une partie d'un concept ou d'une information en lien avec le problème (Dreyfus et Eisenberg, 1996; Duval, 1993, 2006), les élèves doivent établir des liens entre toutes ces informations. Cette activité peut être exigeante. En effet, pour certains élèves, la création de relations entre les représentations sémiotiques correspond à la principale difficulté en mathématiques (Duval, 2006). Ainsi, en reprenant la théorie de l'imagination créative, nous considérerons que, lorsque la pensée en concepts parvient à regrouper différentes représentations, elle fournit à l'élève un registre de représentation sémiotique lui permettant d'adapter ses connaissances au contexte du problème.

Comme Hitt (2004) ainsi que Hitt et Passaro (2007), en plus de considérer les représentations sémiotiques institutionnalisées, nous nous intéresserons aux mots et aux registres spontanés (diagrammes). À cette fin, il devient nécessaire d'étudier les contraintes du problème, mais aussi celles dont l'élève tient compte dans l'élaboration de sa démarche.

1. Il s'agit d'une traduction libre.

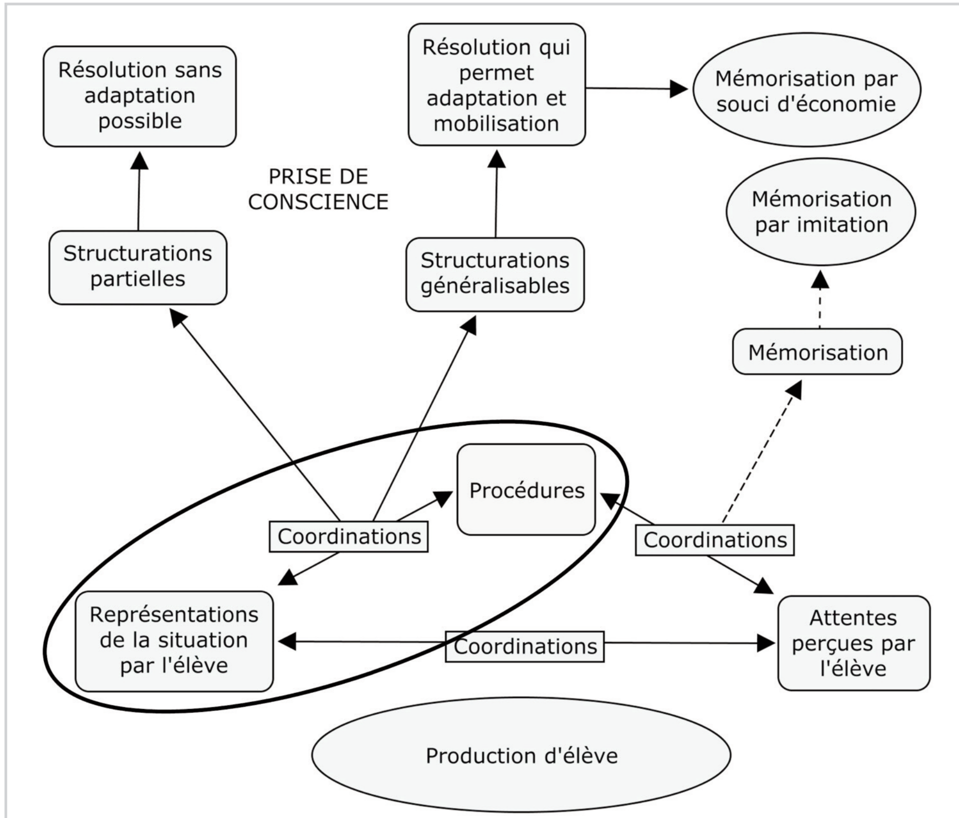
Le jeu des contraintes

Selon Smolucha (1992), le jeu contribue chez l'enfant à la création de situations imaginaires (Vygotsky, 1933/1966). Les situations imaginaires se rapprochent du « réel », puisqu'elles sont composées de règles de conduites implicites et intériorisées par l'expérience de l'enfant. Par exemple, l'enfant qui joue à la maman doit respecter des règles liées au comportement de la mère. L'enfant observe et il mobilise son expérience pour accorder une importance particulière à certaines informations, par rapport à d'autres, dans un environnement physique donné. Peu à peu, son expérience lui permet de gagner une forme de liberté quant à la réalité tangible dont il était dépendant. L'action joue donc un rôle important sur la conscience du jeu par rapport au « réel » (Vygotsky, 1933/1966), mais c'est un détachement de cette action qui favorisera le développement de sa créativité. Les observations qui découlent de ses actions contribuent ainsi à la formation du système de connaissances de l'élève et à la création de règles qui jouent le rôle de contraintes.

La situation imaginaire chez l'enfant correspond ainsi à la représentation de la situation que l'élève s'est construite. Tout comme une situation imaginaire amène l'enfant à générer un nouveau potentiel d'actions, une représentation de la situation soutient un potentiel d'actions pour l'élève. Ainsi, la représentation d'une situation est imprégnée de contraintes implicites et explicites. Toutefois, ce n'est pas l'ensemble de l'environnement qui interagit avec l'élève, mais bien ce qui motive son activité : le milieu. Brousseau (1988, p. 320-321) distingue ainsi l'environnement du concept de milieu : « [Le milieu est] une modélisation de la partie de l'univers à laquelle se réfère la connaissance en jeu et les interactions qu'elle détermine. » Nous nous intéresserons donc au milieu dans lequel l'élève crée.

En considérant l'imagination comme le moteur du raisonnement de l'élève, le raisonnement mathématique serait une forme de jeu en relation avec les contraintes considérées par l'élève et du but qu'il s'est fixé. Cela nous amène à considérer le jeu des contraintes comme un point de départ pour entrevoir la créativité des élèves. Pour rendre opérationnelle cette conception de la créativité, nous devons utiliser un modèle qui fait intervenir à la fois la notion de représentations et celle d'actions. C'est ainsi que le modèle de DeBlois (2003) devient un outil pour interpréter les activités cognitives des élèves.

Figure 1. **Modèle d'interprétation des activités cognitives de l'élève**



Source : DeBlois (2003).

Dans ce modèle, tout comme dans celui du jeu de l'enfant (Vygotsky, 1933/1966), les actions émergent, notamment, des représentations que fait l'élève d'une situation. Par voie de conséquences, ce modèle devient un outil didactique qui nous permet de jeter un pont entre le jeu de l'enfant, ou la « pensée en concepts » de l'adolescent, et un contexte de résolution de problèmes en mathématiques. Le modèle de DeBlois (2003) est composé de trois pôles : les représentations de la situation par l'élève, les attentes perçues par l'élève et les procédures privilégiées par ce dernier. Dans ce travail, nous approfondissons les pôles des représentations de la situation et des procédures pour cerner la créativité qui permet l'alternance entre elles. Alors que les représentations de la situation par l'élève « émergent des énoncés des situations proposées » (DeBlois, 2003, p. 179), les procédures correspondent aux actions que les élèves entreprennent afin de résoudre le problème. Les coordinations réalisées entre ces deux pôles tout au long de la résolution de problèmes de l'élève, des aller-retour que nous considérons comme une alternance, laissent voir la créativité des élèves.

Pour réaliser ce projet, il devient important de cerner l'ensemble des contraintes implicites et explicites des problèmes soumis aux élèves. Il s'agira ensuite de comparer les contraintes des problèmes avec les interprétations de ces contraintes faites par l'élève, pour étudier comment celui-ci les a intégrées à sa résolution de problèmes.

La notion de problème comme contexte pour réfléchir à la créativité en mathématiques

La résolution de problèmes est au cœur des mathématiques et de leur enseignement (Mason *et al.*, 2010; Fragnant et Vlassis, 2010; Zeitz, 2007). Tout comme Zeitz (2007), nous faisons la différence entre exercice et problème. L'exercice est une question qui se résout immédiatement, alors que le problème correspond à une question plus ouverte qui demande une réflexion importante et nécessite la mobilisation de plusieurs ressources. Au Québec, les problèmes dans les situations d'enseignement-apprentissage (MELS, 2006a) peuvent être contextualisés ou non. Les problèmes contextualisés offriraient un niveau de complexité supérieur aux problèmes non contextualisés, car ils exigent des élèves qu'ils créent des inférences pour les résoudre (Nathan *et al.*, 2002). Par exemple, la résolution de problèmes contextualisés exige que l'élève comprenne diverses relations mathématiques particulières du problème (De Corte *et al.*, 1985). Les travaux de Vergnaud (1981) ainsi que de Marchand et Bednarz (1999) ont contribué à distinguer différents types de relations afin de documenter la complexité d'un problème. Selon ces auteurs, le nombre de relations impliquées en fonction de la mobilisation des données, la nature des relations ainsi que l'enchaînement de ces relations sont des facteurs qui décident de la complexité d'un problème pour l'élève. Les travaux de Manuel (2010) ont proposé cinq caractéristiques pour les analyser. Le contexte ainsi que la complexité permettraient d'apprécier la créativité dans les productions des élèves. Nous avons tenu compte de ces facteurs pour sélectionner les problèmes à l'étude.

Tableau 1. **Définitions des caractéristiques d'un problème permettant d'anticiper la créativité des élèves au sens de Manuel (2010)**

Caractéristiques	Définitions
Ouvert	Problème ayant de multiples réponses possibles et pour lequel il existe plusieurs façons différentes de le résoudre
Complexe	Problème nécessitant que l'élève génère des relations non triviales entre les données du problème et ses connaissances
Mal défini	Problème pour lequel il manque des données ou des informations pour le résoudre
Contextualisé	Problème mal défini et qui demande une méthode de résolution pour être résolu
Sujet à de multiples interprétations	Problème ayant différentes interprétations possibles

Source : Manuel (2010, p. 44).

Objectifs de la recherche

Par notre projet de recherche, nous entendons analyser les caractéristiques des problèmes et celles des traces laissées par les élèves dans leur production. Nous porterons une attention particulière aux différents registres sémiotiques mobilisés par les élèves afin de proposer une solution. La question de recherche à laquelle nous répondrons est la suivante : Comment se manifeste la créativité des élèves lorsqu'ils résolvent des problèmes mathématiques?

Les objectifs de recherche sont les suivants :

i. Décrire la créativité des élèves, à partir de leur production.
ii. Apprécier les rapports entre les registres de représentation sémiotique et les processus dans lesquels s'engagent les élèves.

Méthodologie

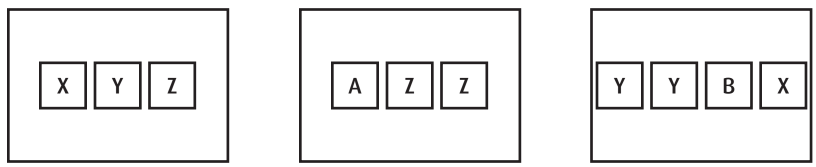
Contexte de recherche : la communauté virtuelle CAMI

Entamée dans le cadre d'une collaboration entre l'Université de Moncton et l'Université Laval, notre étude a permis d'étudier, sous un angle qualitatif, la créativité présente dans les productions mathématiques d'élèves qui utilisent le site CAMI. Nous avons choisi de travailler à partir des traces numériques laissées par les élèves lorsqu'ils résolvent un problème (Freiman et Lirette-Pitre, 2009). Nous croyons que cette analyse pourrait nous donner des outils pour sensibiliser les futurs enseignants à la diversité des processus adoptés par les élèves et la variété des représentations utilisées. En effet, les élèves peuvent utiliser des lettres et des nombres afin de communiquer leur réponse, tout comme ils peuvent introduire des schémas et des tableaux ainsi que divers types d'illustrations imagées. Pour chacun des problèmes, nous avons retenu dix productions d'élèves en fonction de leur diversité. Les critères retenus sont la différence de registres sémiotiques (Duval, 1993) mobilisés et les différents raisonnements empruntés par les élèves pour trouver une solution. Pour chaque problème, nous avons d'abord effectué une analyse didactique. Nous avons ensuite analysé la démarche de chaque solution retenue pour interpréter la créativité à partir des contraintes liées au problème et des relations logico-mathématiques mises en jeu par les élèves.

Présentation des problèmes retenus

Nous nous sommes intéressés à deux problèmes de transformation et à trois problèmes de taux. Les problèmes de transformation (Marchand et Bednarz, 1999) se définissent comme étant des problèmes où l'élève doit retrouver l'état initial du problème, en créant des relations entre les données. Les problèmes de taux sont des problèmes dans lequel il y a un rapport. Le tableau 2 regroupe l'ensemble des problèmes auxquels nous nous sommes intéressés.

Tableau 2. **Ensemble des problèmes analysés selon leur type au sens de Marchand et Bednarz (1999)**

Type	Numéro et nom	Type
Transformation	Nº 1 Le code secret	La tante de Chloé possède une collection d'anciennes pièces de monnaie. Cette collection est rangée dans un coffre. Ce coffre contient trois cadenas pour l'ouvrir. Deux cadenas ont une combinaison à trois chiffres, tandis que la dernière combinaison est de quatre chiffres. La figure suivante illustre les trois cadenas.  **Cadenas 1** **Cadenas 2** **Cadenas 3** Chaque lettre correspond à un chiffre différent. La somme des combinaisons des deux premiers cadenas donne celle du troisième. Seulement un indice est nécessaire pour se souvenir de la combinaison des trois cadenas. Cet indice est le suivant : la valeur de z est impaire. Peux-tu trouver la combinaison des trois cadenas?
	Nº 2 Problème des âges	Catherine et Jean ont trois enfants : Jocelyne, Mark et Tom. Ce dernier a deux fois l'âge de Mark, tandis que Jocelyne a trois ans de moins que Tom. Mark est sept fois plus jeune que sa mère. Catherine a entre 45 et 50 ans et Jean a six ans de moins que sa femme. Quel est l'âge de chaque membre de la famille?
Taux	Nº 3 Des chiens et des poules	Jean-Yves a plusieurs oiseaux et chiens comme animaux domestiques. Combien d'animaux de chaque espèce a-t-il si ses animaux ont 9 têtes et 26 pattes en tout? La réponse culturellement plausible est 4 chiens et 5 oiseaux.
	Nº 4 La ferme de Mathieu	Dans l'enclos, il y a des vaches et des poules. En regardant ces animaux, Mathieu compte 28 têtes et 90 pattes. Combien y a-t-il de vaches?
	Nº 5 Les rennes	Lors d'un voyage chez ses grands-parents avant le début de l'hiver, Mélissa est passée avec sa famille près d'un champ où se trouvaient des rennes. Mélissa a décidé de compter les oreilles et les pattes. À son arrivée chez ses grands-parents, elle a raconté cette expérience à son grand-père, qui lui a demandé combien il y avait de rennes. Malheureusement, Mélissa se souvenait seulement que la différence entre le nombre des pattes et celui des oreilles était de 40. Combien y avait-il de rennes?

Analyse du problème permettant de repérer les contraintes

Le modèle de Kintsch et van Dijk (1978) nous a permis de nous intéresser à la cohérence locale de chaque phrase pour repérer les contraintes explicites. Par exemple, le problème nº 4 nous informe qu'il y a «28 têtes» et «90 pattes». Ces mots et ces nombres sont des contraintes explicites. Nous nous intéressons aussi aux indices laissés dans le texte, comme l'accord de certains mots, la construction des figures et les référents. En outre, certaines inférences doivent être mises à jour afin que le problème ait une cohérence globale. Par exemple, afin de partager 28 têtes et 90 pattes selon le nombre de vaches et de poules, il faut savoir qu'une vache a une tête et quatre pattes, alors qu'une poule a une tête et deux pattes. Comme cette information n'est pas explicite, il s'agit d'une contrainte implicite. Les contraintes implicites contribuent à assurer une cohérence globale entre chaque contrainte. L'ensemble de ces contraintes influencera les représentations que l'élève se donne du problème (DeBlois, 2003).

Analyse de productions d'élèves

Afin d'apprécier la créativité qui émerge dans les solutions des élèves, nous avons choisi d'en faire une lecture « en positif », c'est-à-dire « essayer de comprendre ce qui se passe sur le plan intellectuel […] et non pas se demander simplement ce qui manque à l'élève et ce qui lui permettrait de réussir » (Charlot, dans Brossard, 2005, p. 11). Nous avons défini les contraintes, les relations entre elles et l'articulation entre les registres de représentation sémiotique utilisés par les élèves. L'analyse des productions d'élèves fait ressortir les composantes de la créativité des élèves, dont la sensibilité des élèves à un milieu, à laquelle nous nous attarderons dans cet article.

La sensibilité des élèves à un milieu est composée des connaissances mobilisées. Cette sensibilité des élèves peut être observée par le choix des mots, des nombres ou encore des figures. L'étude du milieu auquel les élèves sont sensibles permet de repérer les contraintes explicites et implicites qui ont été mises en œuvre par ces derniers. Nous avons voulu éviter de qualifier de bonne ou mauvaise la créativité des élèves. Ainsi, dès que la sensibilité de l'élève permet de supporter l'ensemble des contraintes du problème, nous considérons que le processus est culturellement plausible[2]. Dans le cas contraire, il est culturellement non plausible.

Les résultats de l'analyse et l'interprétation de données

Exemples de solutions d'élèves à partir d'un problème

Nous présentons d'abord le problème 3, suivi de deux solutions d'élèves[3] au tableau 3. La solution attendue est 4 chiens et 5 oiseaux.

> Jean-Yves a plusieurs oiseaux et chiens comme animaux domestiques. Combien d'animaux de chaque espèce possède-t-il si ses animaux ont 9 têtes et 26 pattes en tout?

2. Afin d'étudier la créativité des élèves, nous avons évité de considérer qu'une démarche était vraie ou fausse. Nous avons choisi de situer la démarche par rapport à la culture mathématique. Si la solution produite est plausible en fonction des savoirs socialement partagés de la discipline mathématique, nous la qualifierons de « culturellement plausible ». Dans le cas contraire, elle sera qualifiée de « culturellement non plausible ». Cette façon d'analyser nous permet de reconnaître l'engagement et la créativité des élèves à partir des buts qu'ils se sont donnés. Il devient possible d'interpréter l'activité cognitive des élèves selon leur perspective.

3. Nous présentons les traces des élèves telles qu'elles apparaissent dans les productions étudiées.

Tableau 3. **Deux solutions d'élèves pour le problème 3**

Solution 1 (élève de 14 ans)	Solution 2 (élève de 13 ans)
9 têtes = 0	Un oiseau = 2 pattes et une tête
26 pattes = 1	Un chien = 4 pattes et une tête
0 = 1111	3 chiens = 12 pattes et 3 têtes
0 = 1111	7 oiseaux = 14 pattes et 7 têtes
0 = 1111	12 + 14 =26 pattes
0 = 1111	2 + 7 = 9 têtes
0 = 11	Il a 3 chiens et 7 oiseaux.
0 = 11	
0 = 11	
0 = 11	
0 = 11	
5 x 2 = 10	
2 x 8 = 16	
Il a 4 chiens et 5 oiseaux.	

Dans la solution 1, l'élève associe chaque tête au symbole « 0 » et chaque patte au symbole « 1 ». À partir de ces représentations, l'élève répartit le nombre de pattes par paires. Les calculs montrent que l'élève dénombre la quantité de pattes par multiples de deux et de quatre. Ainsi, les cinq oiseaux ont une paire de pattes chacun, alors que deux paires de pattes s'imposent dans le calcul de chacun des quatre chiens. Dans son ensemble, la solution de l'élève peut être interprétée comme un processus culturellement plausible.

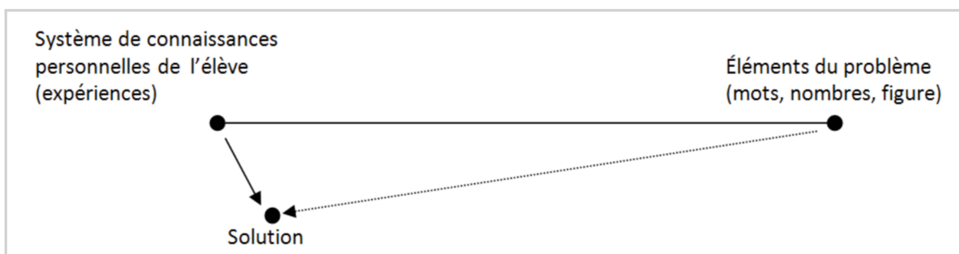
Dans la solution 2, nous voyons que l'élève semble établir des relations multiplicatives, en appliquant une règle de trois pour déterminer le nombre de pattes de chaque animal, ce qui correspond à une partie de l'énoncé. Par la suite, il tente d'arriver au nombre total de pattes (26 pattes) en additionnant 14 et 12.Toutefois, pour additionner le nombre de têtes, il fait la somme en utilisant les nombres 2 et 7 plutôt que 3 et 7. Nous posons l'hypothèse selon laquelle sa connaissance des nombres complémentaires (2 + 7 = 9) masque la contrainte à considérer (7 + 3). Ainsi, bien que le processus mis en œuvre soit culturellement plausible, l'élève a été sensible à ses connaissances isolées de la contrainte implicite. Chacune des 50 productions d'élèves a été analysée ainsi. Ces analyses ont conduit à reconnaître une diversité de démarches créatives mises en jeu par les élèves. Pour en rendre compte, nous avons utilisé la métaphore des couleurs, évitant ainsi de hiérarchiser ces démarches créatives. C'est ainsi que nous avons pu repérer les différentes « couleurs » de la créativité dans les productions d'élèves étudiées.

Créativité émergente dans les solutions d'élèves

Les problèmes de type « transformation » ont permis de repérer deux couleurs dans la créativité des productions d'élèves, alors que les problèmes de taux ont permis d'en observer quatre : la dominance du système de connaissances personnelles de l'élève, la dominance des contraintes du problème, la mise en relation des contraintes du problème à partir du système de connaissances personnelles de l'élève, de même que la mise en relation des contraintes du problème et des connaissances personnelles de l'élève à partir d'une recherche d'équilibre.

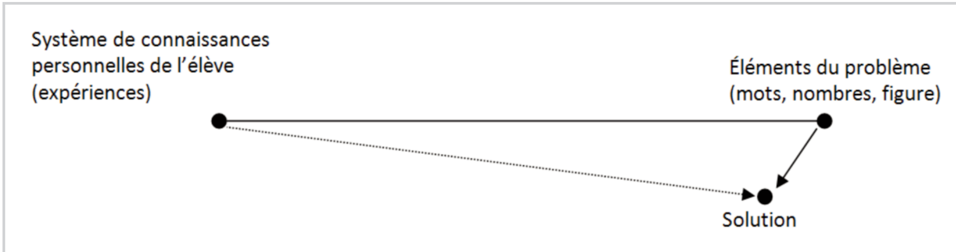
La figure 2 montre la démarche des élèves qui se nourrit essentiellement du système de connaissances personnelles de ces derniers. Dans ce cas, l'imagination génère un autre problème que celui proposé ou, encore, elle permet à certains élèves de proposer des réponses culturellement plausibles, mais avec un processus culturellement non plausible. Par exemple, pour le problème des oiseaux et des chiens, un élève de 12 ans a écrit : 1 chien = 1 tête, 1 oiseau = 2 pattes; 9 chiens = 9 têtes, 13 oiseaux = 26 pattes; Jean-Yves a 9 chiens et 13 oiseaux.

Figure 2. **Dominance du système de connaissances personnelles de l'élève qui oriente les calculs**



La figure 3 montre plutôt un processus qui se nourrit essentiellement des éléments du problème (mots, nombres, figure). Ces démarches d'élèves sont prisonnières des éléments du problème, ce qui laisse peu de place à leur imagination et, par conséquent, à leur créativité. Ainsi, lors de la résolution du problème des oiseaux et des chiens, un élève de 13 ans écrit : 9 + 26 = 35; alors ils auront 35 animaux.

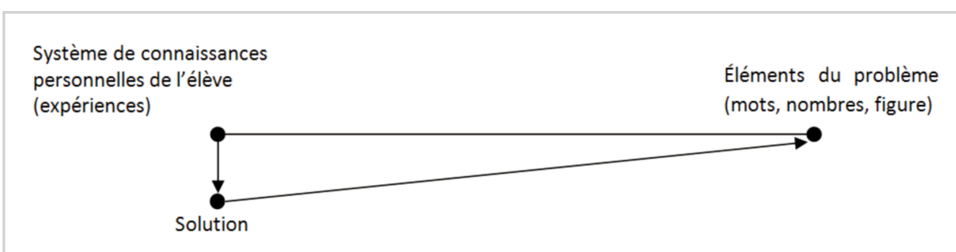
Figure 3. **Dominance des contraintes du problème qui oriente les calculs**



Ces deux couleurs de la créativité manifestée dans les productions des élèves ne permettent pas à l'élève de se doter de représentations culturellement plausibles à l'égard du problème. Elles amènent plutôt les élèves à se concentrer davantage sur l'un des deux pôles sans coordination. Ainsi, les processus observés chez ces élèves négligent soit leurs connaissances personnelles, soit les éléments du problème.

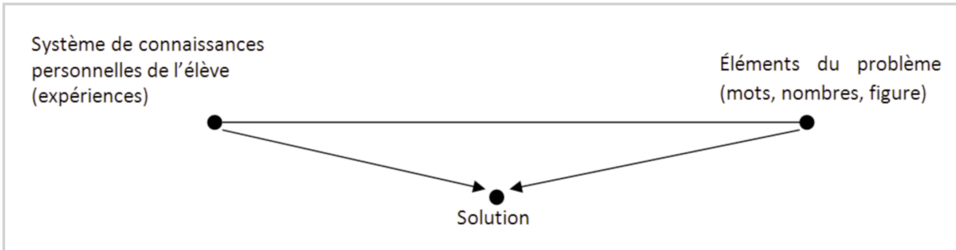
La figure 4 présente le processus des élèves qui abordent le problème à partir de leurs systèmes de connaissances personnelles. Ayant nourri cette créativité, les connaissances des élèves tendent à se coordonner avec les éléments du problème. Toutefois, bien que ce type de créativité génère plusieurs relations, ces dernières ne prennent pas nécessairement en compte les contraintes explicites en jeu. Par la suite, une coordination entre leurs connaissances personnelles et ce qui est présenté dans le contexte est repérée. La solution 2, que nous avons évoquée dans l'exemple du problème des oiseaux et des chiens, en est une illustration.

Figure 4. **Mise en relation des contraintes du problème à partir du système de connaissances personnelles de l'élève**



La figure 5 présente un processus qui se nourrit autant du système de connaissances personnelles des élèves que des éléments du problème. Plusieurs relations entre les contraintes implicites et explicites du problème sont présentes dans les productions étudiées. Les élèves qui génèrent ce type de processus ont une vision d'ensemble du problème. Ils commencent les calculs à partir de leur système de connaissances personnelles et de certains éléments du problème. La solution 1 que nous avons évoquée dans l'exemple du problème des oiseaux et des chiens correspond à cette couleur.

Figure 5. **Mise en relation des contraintes du problème et des connaissances personnelles de l'élève à partir d'une recherche d'équilibre**



Ces résultats enrichissent le modèle de DeBlois (2003) en précisant l'importance du système de connaissance des élèves dans l'élaboration de leurs représentations de la situation. Ces résultats montrent aussi l'importance de permettre aux élèves d'élaborer leurs procédures pour les expérimenter, enrichissant d'autant leurs systèmes de connaissances personnelles. À ce sujet, les procédures se sont manifestées davantage à travers les registres spontané, numérique et arithmétique des élèves.

En effet, pour les cinq problèmes analysés, nous remarquons que, lorsqu'un seul registre de représentation est mobilisé, aucun des processus développés par les élèves n'est culturellement plausible. Toutefois, lorsque plusieurs registres sont mobilisés, les productions sont plus structurées.

Tableau 4. **Nombre de démarches par processus culturellement plausible et par solution culturellement plausible en fonction de l'articulation entre des registres (Bélanger, 2014)**

Articulation des registres de représentation sémiotique	Nombre de démarches ayant un processus plausible	Nombre de démarches ayant une réponse plausible	Nombre total de démarches
Un seul registre	0	1	4
Plusieurs registres indépendamment	4	4	14
Plusieurs registres simultanément	14	16	32
Total	18	21	50

Plus spécifiquement, lorsque le registre langagier est mobilisé simultanément avec un autre registre (spontané, numérique ou arithmétique), cela contribue à ce que le processus soit culturellement plausible. Le registre langagier occupe donc un rôle important dans les processus de résolution de problèmes chez les élèves. Nos travaux sont donc cohérents avec ceux de Vygotsky (1978).

Nos travaux permettent aussi d'entrevoir autrement le travail de Sinclair *et al.* (2013) et ceux de Hitt (2004). L'une des forces du registre spontané par rapport aux autres registres est qu'il permet de gérer implicitement plusieurs contraintes, tout en soutenant les relations entre ces contraintes. Par exemple, ayant matérialisé les éléments du problème dans un dessin, l'élève s'emploie ensuite à effectuer des groupements d'informations à partir de ses expériences passées. À l'instar des travaux de Zeitz (2007) de Hitt (2004) et de Mason *et al.* (2010), cette recherche confirme l'importance de la présence et de la simultanéité de différentes représentations.

Enfin, nous pourrions poser l'hypothèse selon laquelle plus il y a de contraintes dans un problème, plus le problème est complexe pour les élèves, ce qui n'est pas le cas. Par exemple, le problème des âges et des cadenas sont deux problèmes de transformation comportant six contraintes. Toutefois, l'étude de ces dernières montre que le problème des cadenas comporte deux contraintes implicites, alors que le problème des âges n'en a qu'une. Cinq des six contraintes du problème des cadenas affectent les représentations de la situation alors qu'une seule, celle de la somme, s'applique aux procédures. Dans le problème des âges, deux des six contraintes influent sur les représentations de la situation, alors que quatre contraintes touchent les procédures. Lorsque les contraintes influencent les représentations du problème, cela offre un indicateur en ce qui a trait à la complexité des problèmes.

Pour les cinq problèmes étudiés, les représentations exposées sont culturellement non plausibles dès que l'élève, dans sa démarche : 1) omet l'intégration d'au moins une contrainte explicite; 2) tient compte partiellement d'au moins une contrainte explicite; 3) omet l'intégration d'au moins une contrainte implicite; 4) établit un lien avec une expérience qu'il tente d'adapter au contexte du problème sans toutefois y parvenir; 5) traite indépendamment chaque contrainte; 6) traite indépendamment les éléments du problème qui forment une contrainte.

Pour se doter d'une représentation plausible du problème, les élèves doivent traiter les contraintes comme un système interdépendant, c'est-à-dire en conservant les relations entre et dans les contraintes du contexte. Ainsi, dans un problème où il est question de séparer un nombre de têtes et un nombre de pattes en fonction de deux types d'animaux, certains élèves peuvent associer le nombre de pattes à un type d'animal et le nombre de têtes à l'autre. Pour que leur processus soit cohérent avec la culture mathématique, les élèves doivent tenir compte de la relation entre le nombre de pattes et le nombre de têtes. Une cohérence locale et une cohérence globale doivent faire partie des représentations, bien qu'une contrainte contribuant à une cohérence globale soit parfois utilisée localement.

Conclusion

Nous avons voulu étudier les productions des élèves à la lumière de la notion de créativité. Nous avons pu observer l'importance de l'alternance entre le système de connaissance des élèves et les contraintes des problèmes. Cette alternance a permis de repérer quatre manifestations de la créativité des élèves, lorsque ces derniers résolvent des problèmes mathématiques, malgré le fait que la solution soit unique à chacun des problèmes étudiés. Nous avons pu constater que, même si le processus dans lequel s'inscrit l'élève prend en compte toutes les contraintes du problème, rien n'assure la plausibilité de ce processus ni, par conséquent, celle de la solution. C'est plutôt la cohérence entre les contraintes du problème, arrimées à la sensibilité des élèves, qui fait en sorte que le processus des élèves soit culturellement plausible. Dans ces conditions, la créativité des élèves leur permet d'entretenir une cohérence entre leurs systèmes de connaissances et les problèmes proposés. Les registres de représentation sémiotique jouent, entre autres, le rôle d'aide-mémoire permettant l'adaptation de leurs connaissances aux contextes des problèmes. Les résultats de cette recherche mettent en évidence la richesse de différentes « couleurs » de la créativité qui pourrait être exploitée davantage dans les salles de classe et dans la formation initiale et continue des enseignants.

Références bibliographiques

BÉLANGER, J.-P. (2014). *L'imagination créative pour interpréter des productions d'élèves en mathématiques de la fin du primaire et du début du secondaire en résolution de problèmes.* Mémoire de maîtrise, Université Laval, Québec.

BROSSARD, L. (2005). « Le rapport au savoir n'est pas une réponse, c'est une façon de poser le problème. » – Entretien avec Bernard Charlot. *Vie pédagogique, 135*, 11-15.

BROUSSEAU, G. (1988). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactiques de mathématiques, 9*(3), 309-336.

DEBLOIS, L. (2003). Interpréter explicitement les productions des élèves : une piste… *Éducation et francophonie, XXXI*, 176-192.

DE CORTE, E., VERSCHAFFEL, L. et DE WIN, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology, 77*(4), 460-470.

DEMONTY, I., FAGNANT, A. et LEJONG, M. (2003). La résolution de problèmes : un processus complexe de « modélisation mathématique ». *Bulletin d'informations pédagogiques, 54*, 29-39.

DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 5,* 37-65.

DUVAL, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1), 103-131.

FREIMAN, V., RICHARD, P. R. et JARVIS, D. H. (2012). L'enseignement des mathématiques au Nouveau-Brunswick (secteur francophone). Dans J.-L. Dorier et S. Coutat (dir.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle*, Actes du colloque de l'Espace mathématique francophone (EMF2012), Université de Genève, Suisse.

FREIMAN, V. et LIRETTE-PITRE, N. (2009). Communauté virtuelle d'apprentissages scientifiques et mathématiques interactifs : pistes de recherches didactiques. Dans F. Larose et A. Jaillet (dir.), *Le numérique dans l'enseignement et la formation. Analyses, traces et usages.* Paris : L'Harmattan.

FREIMAN, V., LANGLAIS, M. et VÉZINA, N. (2005). Le Chantier d'apprentissages mathématiques interactifs (CAMI) accompagne la réforme au Nouveau-Brunswick. *MathVIP : Mathématique virtuelle à l'intention du primaire.* Récupéré le 8 août 2013 de http://spip.cslaval.qc.ca/mathvip/

HAYLOCK, P. (1997). Recognising mathematical creativity in schoolchildren. *ZDM Mathematics Education, 29*(3), 68-74.

HITT, F. (2004). Les représentations sémiotiques dans l'apprentissage de concepts mathématiques et leur rôle dans une démarche heuristique. *Revue des sciences de l'éducation, 30*(2), 329-354.

HITT F. et PASSARO, V. (2007). De la résolution de problèmes à la résolution de situations problèmes : le rôle des représentations spontanées. *Actes de la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques (CIEAEM-59)* (p. 117-123). Dobogókő, Hongrie, juillet 2007.

KAUFFMAN, J. C. et BAUER, J. (2004). Sure, I'm creative – but not in mathematics! Self-reported creativity in diverse domains. *Empirical Studies of the Arts, 22,* 143-155.

KINTSCH, W. et VAN DIJK, T. A. (1978). Toward a model of text comprehension and production. *Psychological Review, 85*(5), 363-394.

LEVAV-WAYNBERG, A. et LEIKIN, R. (2012). Using multiple solution tasks for the evaluation of students' problem-solving performance in geometry. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 12*(4), 311-333.

LEVENSON, E. (2011). Exploring collective mathematical creativity in elementary school. *Journal of Creative Behavior, 45*(3), 161-234.

LILJEDAHL, P. (2009). Imagination. Dans B. Kerr (dir.), *Encyclopedia of Giftedness, Creativity and Talent* (p. 447-449). Thousand Oaks, CA : Sage Publications.

MANN, E. L. (2006). Creativity: The essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, *30*(2), 236-260.

MANUEL, D. (2010). *Étude de la créativité mathématique dans les solutions aux problèmes proposés dans la communauté virtuelle CASMI*. Université de Moncton, Moncton, NB.

MARCHAND, P. et BEDNARZ, N. (1999). L'enseignement de l'algèbre au secondaire : une analyse des problèmes présentés aux élèves. *Bulletin AMQ*, *XXXIX*(4), 30-42.

MASON, J., BURTON, L. et STACEY, K. (2010). *Thinking Mathematically*. Harlow : Pearson.

MEDPENB (2011). *Programme d'études : mathématiques au primaire (maternelle)*. Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance du Nouveau-Brunswick, Fredericton, NB.

MELS (2006a). *Programme de formation de l'école québécoise – Enseignement primaire*. Récupéré le 8 juin 2013 de http://www.mels.gouv.qc.ca/dgfj/dp/programme_de_formation/primaire/pdf/prform2001/prform2001.pdf

MELS (2006b). *Programme de formation de l'école québécoise – Enseignement secondaire, premier cycle du secondaire*. Récupéré le 8 juin 2013 de http://www.mels.gouv.qc.ca/dgfj/dp/programme_de_formation/secondaire/prformsec1ercycle.htm

MENB (2009). *Programme d'études : Mathématiques au primaire (version Université de Moncton)*. Ministère de l'Éducation du Nouveau-Brunswick, Direction des services pédagogiques.

NATHAN, M. J., LONG, S. D. et ALIBALI, M. W. (2002). The symbol precedence view of mathematical development: A corpus analysis of the rhetorical structure of textbooks. *Discourse Processes*, *33*(1), 1-21.

PEHKONEN, E. (1997). The state-of-art in mathematical creativity. *ZDM Mathematics Education*, *29*(3), 75-80.

SINCLAIR, N., DE FREITAS, E. et FERRARA, F. (2013), Virtual encounters : The murky and furtive world of mathematical inventiveness. *ZDM Mathematics Education*, *45*(2), 239-252.

SMOLUCHA, F. (1992). A reconstruction of Vygotsky's theory of creativity. *Creativity Research Journal*, *5*(1), 49-67.

SRIRAMAN, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM Mathematics Education*, *41*(1-2), 13-27.

TAMMADGE, A. (1979). Creativity. Presidential address to the Mathematical Association. *The Mathematical Gazette*, *63*(425), 145-163.

VYGOTSKY, L. S. (1933/1966). Play and its role on the mental development of the child. *Soviet Psychology*, *V*(3), 6-18.

VYGOTSKY, L. S. (1939/1962). *Thought and Language*. Cambridge, MA : The MIT Press.

VYGOTSKY, L. S. (1978). *Mind in Society. The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, MA : Harvard University Press.

VYGOTSKY, L. S. (2004). Imagination and creativity in childhood. *Journal of Russian and East European Psychology*, *42*(1), 7-97.

WERTSCH, J. (1990). The voice of rationality in a sociocultural approach to mind. Dans L. Moll (dir.), *Vygotsky and Education : Instructional Implications and Applications of Sociohistorical Psychology* (p. 111-126). New York : Cambridge University Press.

ZEITZ, P. (2007). *The Art and Craft of Problem Solving*. New York : John Wiley.