



## L'appareil analytique et ses modèles

Yvon Gauthier

Volume 7, Number 2, May 2012

Sur le thème de la modélisation

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/1013053ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/1013053ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

Prise de parole

ISSN

1712-8307 (print)

1918-7475 (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this article

Gauthier, Y. (2012). L'appareil analytique et ses modèles. *Nouvelles perspectives en sciences sociales*, 7(2), 23–48. <https://doi.org/10.7202/1013053ar>

Article abstract

I introduce the constructivist notion of models of a physical theory in such a way as to be applicable to a scientific theory in general, that a theory in the exact sciences as well as in the social sciences. The distinction between an analytical apparatus and an experimental apparatus through the mediation of models allows for the generalization of a notion inspired by the work of David Hilbert and John von Neumann in the foundations of physics. If one inverts the direction of arrows or homomorphisms from the analytical apparatus, i.e. the set of logico-mathematical structures, to the experimental apparatus, i.e. the set of empirical data and experimental procedures, one can climb back from the experimental apparatus to the analytical apparatus via the model-building of data. Such a process insures the consistency of a scientific theory, either in the exact sciences or in the social sciences.

This architecture of scientific enterprises may appear to have a formal character, but it has the advantage of setting the different fields of science into a unified scheme and under the light of a major philosophical debate in contemporary philosophy of science, the confrontation of realism and antirealism which extends to philosophy of physics, philosophy of logic, philosophy of language and philosophy of the social sciences, if one follows Jürgen Habermas or the defenders of constructionism, formerly called social constructivism or socio-constructivism.

I conclude on the distinction between logico-mathematical constructivism and constructionism, as it has been named by Ian Hacking, in order to clearly differentiate between the foundational stances or philosophical options in what can be properly called “the logic of science” after the expression of the great American pragmatist Charles Sanders Peirce, followed in this by the logical empiricist Rudolf Carnap.

# L'appareil analytique et ses modèles

YVON GAUTHIER  
Université de Montréal

## 1. Introduction

L'idée d'associer le concept d'appareil analytique aux modèles d'une théorie physique est nouvelle dans la littérature de la philosophie de la physique. Les historiens comme Corry<sup>1</sup>, Jammer<sup>2</sup> ou Mehra et Rechenberg<sup>3</sup> ont bien identifié la source chez Hilbert de l'appareil analytique que certains appellent « machinerie analytique », mais on n'a pas encore fait l'hypothèse d'une relation (syntaxique et sémantique) entre appareil analytique et modèles chez les historiens et les philosophes de la physique<sup>4</sup>. Je veux montrer que la relation des modèles d'une théorie physique à son appareil analytique est première par rapport à la relation qu'entretient la théorie physique avec son appareil expérimental ou encore avec le domaine empirique de

<sup>1</sup> Leo Corry, *David Hilbert and the Axiomatization of Physics*, Dordrecht, Kluwer, 2004.

<sup>2</sup> Max Jammer, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, New York, McGraw-Hill, 1966; Max Jammer *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, New York, John Wiley and Sons, 1974.

<sup>3</sup> Jagdish Mehra et Helmut Rechenberg *The Historical Development of Quantum Mechanics, volume 6, pt. 1, The Completion of Quantum Mechanics, 1926-1941*, New York, Springer, 2000.

<sup>4</sup> Voir Aurel Wintner, « Über den analytischen Apparat der Quantenmechanik », *Zeitschrift für Physik*, vol. 49, n<sup>os</sup> 9-10, 1928, p. 674-696.

la théorie. Dans cette voie, je veux contraster l'approche de van Fraassen d'un perspectivisme structuraliste avec le point de vue constructiviste logico-mathématique pour radicaliser la thèse de la surdétermination théorique de la réalité physique. T. Ryckman, dans son important ouvrage de 2005, *The Reign of Relativity*<sup>5</sup>, a couvert la période 1915-1925 de la philosophie de la physique, mais, bien qu'il défende un point de vue (transcendantal) proche du constructivisme logico-mathématique, il s'intéresse surtout à la théorie de la gravitation de la relativité générale et n'aborde pas la question de l'appareil analytique chez Hilbert et von Neumann en mécanique quantique.

## 2. Hilbert et les fondements de la physique

On sait que Hilbert avait énoncé le problème de l'axiomatisation de la physique, le sixième de la liste des vingt-trois problèmes de 1900<sup>6</sup>, mais la notion d'appareil analytique est apparue dans le texte de Hilbert, Nordheim et von Neumann de 1926<sup>7</sup> : l'appareil analytique (*der analytische Apparat*), c'est simplement le formalisme mathématique ou plus largement logico-mathématique d'une théorie physique. Von Neumann a abondamment utilisé la notion dans son ouvrage séminal sur les fondements mathématiques de la mécanique quantique<sup>8</sup> et il a exploité le concept dans le contexte des conditions de réalisation ou de réalité (*Realitätsbedingungen*) du formalisme dans l'interprétation d'une théorie physique – ce qui correspond aujourd'hui à notre notion de modèle<sup>1</sup> d'une théorie physique, selon l'hypothèse que

<sup>5</sup> Thomas Ryckman, *The Reign of Relativity. Philosophy in Physics 1915-1925*, Oxford, Oxford University Press, 2005.

<sup>6</sup> Arthur S. Wightman, « Hilbert's Sixth Problem: Mathematical Treatment of the Axioms of Physics » dans Felix E. Browder (dir.), *Mathematical Developments Arising from Hilbert Problems*, Symposia in Pure Mathematics, vol. 28, Providence, AMS, 1976.

<sup>7</sup> David Hilbert, John von Neumann et Lothar Nordheim, « Über die Grundlagen der Quantenmechanik », *Math. Ann.* 98 (1928), p. 1-30.

<sup>8</sup> John von Neumann, « Mathematische Begründung der Quantenmechanik », dans Abraham Haskel Taub (dir.), *Collected Works I*, Pergamon Press, p. 151-207; John von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Berlin, Springer, 1932, New York, Dover, New York, 1943.

je veux développer –; en fait, les conditions de réalité correspondent aux modèles empiriques d'une théorie physique dans sa formulation probabilitaire. Des historiens comme Redei et Stözlner<sup>9</sup> insistent sur le fait que von Neumann s'est tourné de plus en plus vers une axiomatisation atténuée (*soft axiomatisation*) de la physique, ce qui signifie seulement que von Neumann est devenu plus conscient des modèles de la théorie physique et de la nécessité d'accommoder un appareil analytique plus souple, moins ancré dans l'axiomatique logico-mathématique. C'est cette souplesse qui va caractériser la théorie des modèles non standards en théorie physique. Ce n'est pas seulement von Neumann qui a exploité le concept, mais aussi bien Hermann Weyl, élève lui aussi de Hilbert, que l'on considère comme le pionnier de l'introduction de la théorie des groupes en mécanique quantique<sup>10</sup>. Mais on peut aller plus loin et trouver dans le cercle hilbertien des mathématiciens qui ont travaillé dans le même sens : pensons à Minkowski, un proche de Hilbert, dont on a célébré l'année dernière le centième anniversaire de publication de *Raum und Zeit* (Espace et temps), texte fondateur de l'interprétation spatio-temporelle de la théorie einsteinienne de la relativité restreinte<sup>11</sup>. J'ai montré dans une publication récente que l'innovation de Minkowski avait consisté à passer d'une géométrie des nombres à une géométrie physique par la voie de l'appareil analytique et de son interprétation physique<sup>12</sup>. Dans un autre texte récent<sup>13</sup>, j'ai aussi montré que Hermann Weyl s'était servi abondamment du parallélisme de l'appareil analytique et de ses

<sup>9</sup> Mikl'os Redei et Michael Stözlner, *John von Neumann and the Foundations of Quantum Physics*, Vienna Circle Institute Yearbook, vol. 8, Dordrecht, Kluwer, 2000.

<sup>10</sup> Hermann Weyl, *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, Leipzig, S. Hirzel, 1928.

<sup>11</sup> Hermann Minkowski, *Gesammelte Abhandlungen*, hrsg. v. D. Hilbert, Chelsea, New York, 1967.

<sup>12</sup> Yvon Gauthier, « Hermann Minkowski: From Geometry of Numbers to Physical Geometry », dans Vasselin Petrov (dir.), *Minkowski. A Hundred Years Later*, Berlin, Springer, 2010, p. 283-293.

<sup>13</sup> Yvon Gauthier, « Hermann Weyl on Minkowskian Space-Time and Riemannian Geometry », *International Studies in the Philosophy of Science*, vol. 19, n° 3, 2005, p. 261-269.

modèles physiques pour promouvoir l'idée d'un constructivisme logicomathématique en physique et dans les sciences exactes en général<sup>14</sup>.

On peut tout de suite faire la distinction entre appareil analytique et appareil expérimental – voir le schéma *infra*. C'est en réalité dans cette distinction que l'on voit le mieux la pertinence du concept d'appareil analytique dans la théorie physique. L'appareil expérimental, c'est l'ensemble constitué par l'appareil de mesure, les données expérimentales et la préparation de l'expérience en laboratoire; l'appareil analytique est, à l'opposé, construit à l'aide des seules données théoriques, qu'elles relèvent des mathématiques pures ou de la physique mathématique ou encore de structures logiques. La distinction ici est plus fine que la dichotomie entre physique théorique et la physique expérimentale, puisque toute théorie physique, aussi expérimentale qu'elle soit, a besoin d'un appareil analytique. On n'a qu'à donner l'exemple du laser qui en tant qu'instrument de précision expérimental n'aurait pas vu le jour sans la théorie quantique des bosons obéissant aux statistiques de Bose-Einstein pour les amplitudes symétriques des photons.

Le problème philosophique de l'applicabilité des mathématiques au monde physique ou réel apparaît dans ce contexte sous un jour nouveau. E. P. Wigner parlait même d'une mystérieuse connexion et H. Minkowski invoquait une harmonie préétablie entre la physique mathématique et la réalité physique! Si on met l'accent plutôt sur la surdétermination de l'appareil analytique et sur la prégnance théorique des faits expérimentaux dans la tradition épistémologique d'un Sellars, c'est la « *theory-ladenness* » que je traduis par prégnance théorique. Mais on ne peut se contenter d'une thèse ou d'une posture fondationnelle (philosophique générale), encore faut-il l'explicitier par des exemples précis.

J'ai pu montrer par exemple, dans l'article déjà cité<sup>15</sup>, que Hermann Weyl avait clairement identifié la géométrie différen-

<sup>14</sup> Hermann Minkowski, *Gesammelte Abhandlungen*, *op. cit.*

<sup>15</sup> Yvon Gauthier, « Hermann Weyl on Minkowskian Space-Time and Riemannian Geometry », *op. cit.*

tielle comme structure prédominante dans l'avènement de la théorie de la relativité; dans l'article de 2010<sup>16</sup>, j'ai suivi la trajectoire de Minkowski de la géométrie des nombres (*Geometrie der Zahlen*) à la géométrie physique qui a présidé à ses travaux en physique mathématique, dont le texte « *Raum und Zeit* » de 1908 qui est la première formulation mathématique de l'espace-temps de la théorie de la relativité. Enfin, dans le texte sur la construction de la théorie du chaos<sup>17</sup>, j'ai insisté sur le rôle de l'appareil analytique dans la formation de la théorie, de la mécanique statistique aux travaux de Poincaré sur le problème mathématique des trois corps et à la théorie contemporaine des systèmes dynamiques.

La notion de modèle se substitue ici à celle de condition de réalité (*Realitätsbedingung*) ou condition de réalisation. L'appareil analytique n'est pas canonique, c'est-à-dire qu'il n'engendre pas une interprétation unique, mais plutôt une multiplicité de modèles et il importe de distinguer le modèle standard des modèles non standard, distinction qui a été introduite par la logique contemporaine et qui a été généralement ignorée par les pionniers de l'axiomatisation des théories physiques. Bien que la notion de modèle standard en physique ne corresponde pas à la notion logique, il importe de cerner la notion de plus près pour produire une analyse de la structure dynamique des théories physiques.

Dans ce contexte, l'approche structuraliste de Bas van Fraassen dans son récent ouvrage *Scientific Representation : Paradoxes of Perspective*<sup>18</sup> pourrait apparaître dans un premier temps diverger de son ouvrage antérieur *The Scientific Image*<sup>19</sup> qui professait un constructivisme empiriste. En réalité, le structuralisme empiriste que prône van Fraassen loin de s'éloigner de l'empirisme

<sup>16</sup> Yvon Gauthier, « Hermann Minkowski: From Geometry of Numbers to Physical Geometry », *op. cit.*

<sup>17</sup> Yvon Gauthier, « The Construction of Chaos Theory », *Foundations of Science*, vol. 14, 2009, p. 153-165.

<sup>18</sup> Bas C. van Fraassen, *Scientific Representation. Paradoxes of Perspective*, Oxford, Oxford University Press, 2008.

<sup>19</sup> Bas C. van Fraassen, *The Scientific Image*, Oxford, Clarendon Press, 1980.

constructiviste le rejoint par la base empirique, si j'ose dire, c'est l'approche *bottom up* ou ascendante en apparence contradiction avec l'approche *top down* ou descendante que je préconise en fondements de la physique. Dans son perspectivisme (*perspectivalism*), van Fraassen admet que les structures représentationnelles en physique sont ultimement de nature mathématique – à isomorphisme près, comme il dit. Bas van Fraassen discute brièvement de cette perspective dans son ouvrage<sup>20</sup> de même qu'il s'intéresse de près à la posture philosophique de Hermann Weyl sur ces questions. Mais van Fraassen s'en prend à la théorie de l'image (*Bildtheorie*) de Hertz et Boltzmann, physiciens et philosophes à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle qui proposent une théorie *naïve* des modèles, peut-on dire. Cette perspective n'a pas eu d'écho chez Hilbert, Minkowski, von Neumann ou Weyl qui étaient avant tout des mathématiciens, est-il nécessaire de le dire? Il faudra sans doute définir les zones d'influence de ces deux orientations de la philosophie de la physique. Il est certain en tout cas que l'École de Hilbert avec la notion de l'espace de Hilbert (due à von Neumann) a joué un rôle plus déterminant sur la mécanique quantique et sur la philosophie de la physique du Cercle de Vienne (Carnap, Reichenbach, Schlick) que la *Bildtheorie* dont s'est apparemment inspiré Wittgenstein – aussi discuté par van Fraassen dans ce contexte. Là-dessus il faudrait préciser les notions d'appareil analytique et de conditions de réalité pour montrer que, à défaut de catégoricité, la génération des modèles (standard et non standard) – ou modèle principal et modèles non principaux comme on doit dire pour une théorie du 2<sup>e</sup> ordre ou d'ordre supérieur – dans la théorie physique ne relève pas d'une démarche plus ou moins arbitraire de production ou génération spontanée d'hypothèses ou de modèles *ad hoc*, mais que depuis Hilbert et von Neumann, c'est la version descendante (ou *top down*) qui rend compte de la structure de la théorie physique. En d'autres termes, il ne s'agit pas ici de confronter deux approches antinomiques, mais plutôt de conforter ou de produire une image scientifique plus complète de la théorie physique. La

<sup>20</sup> Bas C. van Fraassen, *Scientific Representation. Paradoxes of Perspective*, *op. cit.*

théorie de la mesure et la théorie des probabilités qui lui est étroitement associée feront naturellement l'objet d'un traitement spécial dans un cadre axiomatique qui devait évacuer le caractère mystique de la notion de probabilité, selon le mot de Hilbert.

La perspective que j'adopte dans ce travail est manifestement celle du constructivisme logico-mathématique que j'ai défendue ailleurs. Si ce constructivisme est toujours une option valable dans les fondements de la physique, c'est qu'il met l'accent sur la surdétermination de l'appareil analytique par rapport à l'appareil expérimental et aux données de l'expérience qui ne peuvent jamais n'être que des faits bruts. Bachelard avait coutume de dire qu'un appareil ou un instrument scientifique est une théorie matérialisée. L'appareil analytique considéré comme un instrument théorique ne nous condamne pas pourtant à l'instrumentalisme radical qu'on a reproché à tort aux tenants de l'interprétation de Copenhague, Bohr et Heisenberg. Il faut bien voir que ce vocable « appareil analytique » en apparence délesté de toute charge théorique porte en réalité tout le poids logique et mathématique de la théorie physique. Qu'il suffise de penser que certains physiciens, dont Einstein et certains adeptes de la théorie des cordes en physique contemporaine, ont espéré réduire la physique à la géométrie. Mais le ressaut du réel physique nous interdit de voir dans les relations entre appareil analytique et appareil expérimental une surface lisse qu'aucun phénomène physique ou résultat expérimental ne viendrait briser.

En réalité, l'appareil analytique et l'appareil expérimental entretiennent des relations complexes dans un ensemble réticulé de flèches ou morphismes : ce sont les modèles de la théorie physique qui modulent ou médiatisent les deux composantes, appareil analytique et appareil expérimental. Ce dernier représente les données empiriques et leur préparation en vue de la mesure, mais la mesure elle-même est soumise à l'interaction d'un système observé et d'un système observateur : l'observateur dispose d'un arsenal théorique qui donne un sens aux résultats expérimentaux du système observé. Le cas de la probabilité en mécanique quantique est patent, puisque c'est le carré de la valeur



absolue de la fonction d'onde  $\psi$ , i.e.  $|\psi|^2$ , dans un intervalle réel qui rend compte du caractère probabilitaire de la physique quantique. C'est ce réseau de rapports entre le théorique et l'empirique que le schéma ci-dessous veut représenter avec ses flèches descendantes et ascendantes pour montrer que le régime des influences va dans les deux sens. En effet l'appareil analytique ne saurait être conçu comme un système rigide de structures logiques et mathématiques, pas plus qu'on ne peut concevoir un dispositif expérimental qui serait totalement assujéti à l'appareil analytique. Il faut donc supposer un système réticulaire d'échanges entre l'appareil analytique et l'appareil expérimental par la médiation des modèles qui apparaissent ainsi comme des constructions intermédiaires sujettes à modifications. Si Hilbert avait insisté sur la rigidité de l'armature axiomatique d'une théorie physique au regard de la variabilité des modèles, c'est qu'il n'avait pas pris encore la mesure des multiples conditions de réalité qu'on allait devoir intégrer à l'appareil analytique pour rendre viable ou applicable la théorie physique. Cela devait devenir encore plus apparent avec la prolifération des travaux en mécanique quantique – un bel exemple est Wintner<sup>21</sup> – et von Neumann n'allait pas tarder à s'éloigner de plus en plus de l'idéal axiomatique de Hilbert, comme le montrent les analyses de Redei et Stölzner<sup>22</sup>. Il ne faut pas, par ailleurs, enlever leur charge théorique aux modèles au point d'en faire de simples outils de la représentation des données expérimentales qu'il faut toujours apprêter dans un contexte théorique donné et situer dans la perspective de ce que j'ai appelé l'observateur local<sup>23</sup>. En effet, l'observateur local est seul dans la position d'ordonner les dispo-

<sup>21</sup> Aurel Wintner, « Über den analytischen Apparat der Quantenmechanik », *op. cit.*

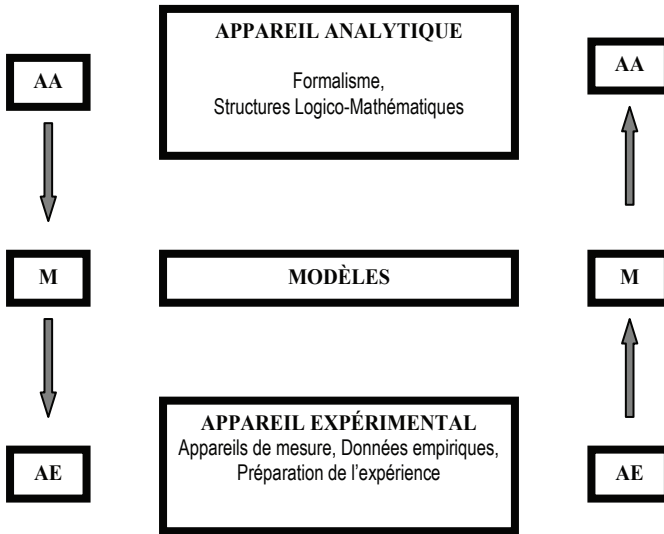
<sup>22</sup> Mikl'os Redei and Michael Stölzner, *John von Neumann and the Foundations of Quantum Physics*, *op. cit.*; Mikl'os Redei and Michael Stölzner, « Soft Axiomatization: John von Neumann's Method in the Physical Sciences », dans Emily Carson et Renate Hubert (dir), *Intuition and the Axiomatic Method*, The Western Ontario Series in Philosophy of Science, Dordrecht, Springer, 2006, p. 235-249.

<sup>23</sup> Yvon Gauthier, « Quantum Mechanics and the Local Observer », *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 22, n° 12, 1983, p. 1141-1152.

sitifs de l'appareil expérimental et les ressources de l'appareil analytique dans une hiérarchie de modèles qui respecte la structure de la théorie physique dans ses différents paliers.

Voici donc le schéma explicatif :

Schéma 1 : Théorie Physique



Les flèches (ou morphismes) descendantes de la gauche du tableau et ascendantes de la droite traduisent le mouvement des interactions entre l'appareil analytique et l'appareil expérimental qui apparaissent donc interdépendants. L'appareil analytique de la théorie physique n'étant pas univoque a besoin de modèles multiples pour sa réalisation et le contenu expérimental de la théorie ne peut être « capturé » par un seul modèle au détriment de la richesse des données expérimentales. Il y donc influence ou détermination réciproque des deux appareils dans une dialectique qui n'est pas linéaire entre les composantes de la théorie physique.

Ce schéma assouplit la notion d'appareil analytique que Hilbert avait d'abord défini comme ensemble fermé de l'axiomatique physique, réservant à la seule interprétation de la théorie physique la souplesse et la malléabilité de l'expérience. Hilbert ne disposait pas de la notion moderne de modèle pour apprécier la diversité des modèles non standards et la mutuelle dépendance des appareils, analytique et expérimental. Notons encore que le schéma ne veut refléter que la structure dynamique et la teneur constructive des théories physiques en mettant en veilleuse les engagements ontologiques ou les options métaphysiques des postures fondationnelles en philosophie de la physique<sup>24</sup>.

Une logique interne de la physique ou « logique physique », *physikalische Logik* selon le terme de Hilbert, ne signifie pas que la théorie physique produirait *sui generis* une logique spéciale, mais désigne plutôt l'analyse de la structure interne d'une théorie en termes d'une métathéorie formelle, ce que Hilbert appelait métamathématique pour la théorie mathématique. Il ne s'agit pas d'imaginer ici une métaphysique pour la physique dans un style nouveau, mais plutôt d'explorer les avenues possibles d'une logique interne de la théorie physique. Les logiques quantiques ont proliféré depuis les travaux des pionniers von Neumann et Birkhoff et il faudra les réexaminer à la lumière d'une logique interne de la théorie physique tout en tenant compte des vertus limitées de l'approche formelle ou de la méthode axiomatique, comme on l'appelait jadis. On se rappellera que l'axiomatique physique devait permettre aux yeux de Hilbert d'éradiquer le caractère mystique de la notion de probabilité en lui conférant un statut logicomathématique et on peut penser que la théorie des probabilités d'E. Nelson dans son ouvrage *Radically Elementary Probability Theory*<sup>25</sup> en est l'héritier légitime. Or cette théorie est

<sup>24</sup> Grete Hermann, *Die naturphilosophischen Grundlagen der Quantenmechanik*, Berlin, Verlag Öffentliches Leben, 1935; Volker Peckhaus, *Hilbertprogramm und Kritische Philosophie. Der Göttinger Modell interdisziplinärer Zusammenarbeit zwischen Mathematik und Philosophie*, Göttingen, Vandenhoeck and Ruprecht, 1990.

<sup>25</sup> Edward Nelson, *Radically Elementary Probability Theory*, Princeton (NJ), Princeton University Press, 1987.

finitaire et il est permis de penser qu'elle peut fournir un instrument privilégié de l'appareil analytique approprié dans l'étude de la théorie physique contemporaine. Mais les travaux en philosophie de la physique ne se réduisent pas à une seule approche et il faudra chercher du côté de la logique épistémique des éléments qui pourraient atténuer le formalisme logicomathématique dont Hilbert vantait la rigidité tout en admettant qu'une plus grande souplesse doit présider à l'interprétation physique de l'appareil analytique. Ce qu'il importe de retenir dans ce contexte, c'est que la liberté de choix dans l'interprétation des théories physiques n'est pas brimée par la présence d'un appareil analytique, mais qu'elle est minimalement contrainte par une logique interne des conditions de réalisation qui, à leur tour, ne sont pas asservies à des données empiriques univoques. Il suffit de penser en termes bachelardiens aux appareils de mesure comme théories matérialisées pour se faire une idée plus précise de la surdétermination théorique de l'appareil expérimental. La théorie de la mesure, particulièrement en mécanique quantique, devrait trouver ici les critères d'évaluation pour l'observateur local et sa perspective privilégiée dans l'interaction entre système observé et système observateur. Le débat que Popper avait voulu amorcer, celui d'une mécanique quantique sans observateur, est aujourd'hui dépassé et on n'a qu'à évoquer les travaux d'un physicien comme C. Rovelli sur une mécanique quantique relationnelle<sup>26</sup> pour reléguer aux oubliettes la hantise poppérienne d'une science subjectiviste : l'observateur local est un agent anonyme qui agit dans une acte de mesure équipé d'un appareil analytique et d'un appareil expérimental dont le couplage est réglé par des conditions de réalisation qui garantissent l'actualisation des résultats de mesure, puisque seules les mesures effectuées peuvent compter comme résultats de mesure. C'est là une leçon qu'aucune interprétation de la théorie physique ne peut ignorer.

Il ne faut donc pas perdre de vue les progrès qui ont été accomplis depuis Hilbert dans l'appréciation des notions d'appa-

<sup>26</sup> Carlo Rovelli, « Relational Quantum Mechanics », *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 35, 1996, p. 1637-1678.

reil analytique et de conditions de réalité. Les travaux de Hilbert, von Neumann, Weyl et Minkowski servent de point de départ historique, mais il faut infléchir en cours d'analyse la ligne directrice de la recherche dans le sens d'une meilleure compréhension des diverses thématiques qui se sont fait jour dans l'évolution des idées en physique et en philosophie de la physique, une discipline particulièrement florissante aujourd'hui dans la panoplie des travaux en philosophie des sciences.

### 3. Réalisme, constructivisme et antiréalisme

Je distingue réalisme, constructivisme et antiréalisme selon trois axes : le réalisme est une thèse ontologique, l'antiréalisme une thèse épistémologique et le constructivisme une thèse ou une posture fondationnelle. J'entends par posture fondationnelle une théorie critique de la pratique scientifique, d'abord en mathématiques (et logique) et en physique, dans les sciences exactes en général, mais aussi dans une mesure variable dans les sciences sociales ou humaines. Le réalisme sous toutes ses formes est porteur d'une thèse ontologique : il suppose qu'existe un monde indépendant d'objets ou de choses concrètes ou encore d'entités abstraites déterminées, qu'elles soient nommées ou non, qu'elles entrent ou non dans le champ de l'expérience; c'est-à-dire qu'il existe un monde indépendant de tout accès cognitif. Le réalisme naïf dira qu'il y a un monde réel indépendant de notre connaissance et à l'autre bout du spectre, ce que l'on a coutume d'appeler le réalisme platonicien supposera qu'un monde d'éléments idéaux ou d'essences subsiste dans un monde transcendant, coupé du réel concret.

Cette thèse ontologique de l'indépendance d'un monde réel déjà constitué et antérieur à l'expérience cognitive, donc *a priori*, est contestée par toutes les formes d'idéalisme, celui de Kant pour qui l'*a priori* se trouve du côté de l'observateur plutôt que du côté du monde observé : je cite ici Kant au BXXII de la *Critique de la raison pure* qui définit sa révolution copernicienne en prenant l'exemple de Copernic qui, dit-il, a trouvé la vraie nature des lois qui régissent le monde observable non dans les mouve-

ments des corps célestes, mais dans l'observateur – je ferai remarquer que ce n'est pas ce que pensait Kant dans sa *Théorie du ciel* de 1755. L'idéalisme absolu de Hegel est évidemment à l'opposé du réalisme naïf, puisque pour Hegel le réel s'identifie à l'expérience d'un sujet connaissant qu'il appellera l'esprit absolu – *der absolute Geist*. Pour Berkeley, « *esse est percipi* », pour le dernier Heidegger ou pour Gadamer si on veut pousser la rhétorique un peu loin, « *esse est dici* ». Mais ce n'est pas là la question principale. Aucun idéaliste sensé, il y en a des insensés, ne niera l'existence objective d'un monde réel, quand ce ne serait que comme corrélat noématique d'un sujet transcendantal, comme dirait Husserl : ce que l'idéaliste mettra en doute, c'est la nature du donné ou d'un monde constitué de part en part (au point de départ) – pour Hegel le donné primitif se réduira à l'immédiat indéterminé (*die unbestimmte Unmittelbarkeit*) que l'esprit absolu devra travailler pour en faire un monde. Que le réalisme soit une thèse ontologique, cela implique une surenchère métaphysique. Le matérialisme n'est pas moins métaphysique que l'idéalisme s'il suppose une matière éternelle dans son aséité comme *causa sui* qui transcende toute causalité naturelle. Spinoza ne s'est pas trompé dans ce que l'on appelé son panthéisme lorsqu'il a fait de l'étendue un attribut infini de la substance infinie au même titre que la pensée.

L'antiréalisme au sens de Dummett, l'empirisme constructif de van Fraassen et le réalisme interne de Putnam refusent l'engagement ontologique du réalisme et privilégient une approche constructive de la signification des énoncés portant sur le monde, les énoncés assignables à des états de choses ou à des faits intramondains. Pour Dummett, il faut remplacer les conditions de vérité des énoncés (logiques) par leurs conditions d'assertabilité. Pour van Fraassen, une théorie scientifique doit se contenter d'être empiriquement adéquate sans engager la vérité ontologique des énoncés scientifiques<sup>27</sup> tandis que le réalisme interne de Putnam se dissocie d'un réalisme externe ou métaphysique dans la mesure où le monde réel, s'il n'est pas causé par l'esprit, est

<sup>27</sup> Bas C. van Fraassen, *The Scientific Image*, *op. cit.*

cependant structuré par ce que j'appelle l'agent constructeur. Ce point de vue, celui de Putnam, se rapproche de celui de Kant et n'est pas si éloigné de celui de Hegel, à tel point que certains ont voulu associer réalisme interne et idéalisme transcendantal. En réalité, le réalisme putnamien n'est pas sans parenté avec le constructivisme que je défends et que je pourrais qualifier de réalisme pragmatique entendant par là que le constructivisme logicomathématique en tant que théorie fondationnelle ou critique s'intéresse à la réalité des pratiques scientifiques. Pour le Putnam de « *Models and Reality* », le réalisme interne est un réalisme sémantique, c'est-à-dire une théorie qui attribue une réalité aux modèles sans en faire des modèles de la réalité.

Enfin le constructivisme logicomathématique, qu'il faut soigneusement distinguer du constructivisme social ou socioconstructivisme, ce que l'on appelle maintenant constructionnisme – je pense ici à Ian Hacking qui dans *The Social Construction of What?* (1999) (traduit en français par *La construction sociale de quoi?*)<sup>28</sup> propose justement de faire cette distinction après d'autres (dont moi-même) depuis plusieurs années. Donc le constructivisme au sens propre est une théorie critique de la pratique scientifique qui répudie les hypothèses transcendantales ou les noms inassignables de la métaphysique pour mieux définir les enjeux d'un savoir qui construit son objet dans un sens que je veux préciser.

Le constructivisme dont je veux parler remonte à Kronecker, mathématicien allemand de la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, et à Hilbert qui a tiré de son maître Kronecker une posture fondationnelle finitiste qu'il a baptisée métamathématique, théorie des systèmes formels ou encore théorie des démonstrations. Philosophiquement parlant, on pourrait faire remonter à Kant la tradition constructiviste : Kant ne dit-il pas que les mathématiques construisent les concepts, la philosophie les analyse, certains diraient les déconstruit dans une mauvaise traduction de l'allemand « *Abbau* » – je préfère parler de démontage plutôt que de déconstruction.

<sup>28</sup> Ian Hacking, *Entre science et réalité. La construction sociale de quoi?*, Paris, La Découverte, 2001.

Sur le plan mathématique, la mathématique grecque était constructive et on peut penser que la discipline maîtresse des mathématiques, la théorie des nombres avec Fermat, Gauss jusqu'à Kronecker et encore aujourd'hui l'est toujours.

Ce n'est pas le lieu, ni le moment de définir précisément le constructivisme en mathématiques. Je me contenterai de dire que le mathématicien constructiviste se limite aux constructions finies d'objets mathématiques et de leurs propriétés et qu'il exige que la preuve explicite soit opérée en un nombre fini d'étapes. À l'évidence, le recours aux éléments idéaux (*Ideale Elemente*) comme on les trouve chez Hilbert, ne peut être qu'un détour qu'il faut éliminer dans la preuve directe. Des principes logiques comme le tiers exclu ou les preuves d'existence empruntent la voie indirecte de la double négation sur des ensembles infinis qu'un autre élève de Kronecker a inventés pour échapper au finitisme trop exigeant de son maître. Je veux parler de Cantor. Le réalisme platonicien de Cantor a envahi une partie des mathématiques et presque toute la logique au XX<sup>e</sup> siècle. La méthode diagonale – non constructive – a joué un rôle capital dans les preuves d'incomplétude de l'arithmétique de Peano qui n'est pas la théorie des nombres. Mais toutes les mathématiques ne sont pas affectées par le phénomène d'incomplétude, à peine 20 %. Le sentiment populaire là-dessus est suffisamment répandu pour rappeler de nouveau que la théorie des nombres ou la géométrie algébrique ou arithmétique sont d'abord des entreprises constructives et, si on doit accueillir des méthodes non constructives, c'est toujours dans l'espoir de les éliminer avec de nouveaux moyens de construction. Les moyens de construction dont il s'agit, par exemple l'algorithme d'Euclide pour la divisibilité – je rappelle en passant que le théorème d'Euclide sur l'infinité des nombres premiers n'a rien à voir avec un ensemble infini de nombres naturels –, la descente infinie de Fermat – qui se substitue au postulat d'induction complète de l'arithmétique de Peano et est une sorte d'algorithme euclidien généralisé –, l'arithmétique générale ou la théorie des formes ou polynômes homogènes de Kronecker, la métamathématique ou théorie des



systèmes formels de Hilbert sont autant de méthodes finitaires. Le mot d'ordre ici est : en un nombre fini d'essais (*eine endliche Anzahl von Versuchen*). Une preuve doit en effet s'effectuer en un nombre fini d'étapes, autrement il n'y aurait pas de preuves...

Bien entendu, des concepts infinitaires comme le tiers exclu pour les ensembles infinis peuvent faire sauter des étapes, mais en réalité ces étapes sont en nombre infini – dénombrable – comme dans la preuve de consistance de Gentzen pour l'arithmétique de Peano qui va au-delà de l'ordinal infini oméga jusqu'à la limite des omégas qu'on appelle epsilon zéro. Mais la logique mathématique, la théorie des modèles et la théorie des démonstrations, n'a pas suivi les préceptes stricts de Kronecker et Hilbert. Gödel lui-même est revenu à une position finitiste à la fin de sa vie en voulant donner une preuve finitiste de la consistance de l'arithmétique. Ici c'est l'informatique qui a pris la relève du constructivisme kroneckerien, pourrait-on dire, le calcul de la machine est toujours algorithmique, c'est-à-dire fini, autrement la machine (de Turing) fait une boucle, n'obtient pas de résultat.

Une théorie critique de la pratique, une thèse fondationnelle, doit tenir un compte exact de la pratique scientifique avant de proposer une hypothèse de règlement des comptes entre réalisme, constructivisme et antiréalisme. L'antiréalisme, c'est peut-être un nom malheureux pour le réalisme ou le vérificationnisme sémantique, est né de la logique et des mathématiques intuitionnistes de Brouwer, mathématicien hollandais qui a aussi été inspiré par Kronecker dans sa théorie des suites de choix. Le philosophe anglais Michael Dummett a proposé la thèse antiréaliste en s'insurgeant contre la logique classique des conditions de vérité dans un ciel d'idéalités, booléennes pour la logique classique bivalente avec tiers exclu, pour s'assurer dans un esprit wittgensteinien que la vérité d'un énoncé repose sur les conditions d'assertabilité, c'est-à-dire d'accès cognitif dans un contexte finitaire, un contexte où toutes les conditions d'une assertion sont réunies. Hilbert après Kronecker réclamait ce type de contexte d'énonciation pour garantir la certification (*Sicherung*) des énoncés ou théorèmes mathématiques et logiques. C'est Brouwer qui a

montré le premier que l'exclusion du principe du tiers exclu dans des situations ou des ensembles infinis conduisait à des énoncés indécidables en mathématiques classiques, par exemple les théorèmes de Bolzano-Weierstrass, Heine-Borel, etc. L'idée centrale chez Brouwer, c'est que le sujet mathématicien ou, comme il l'appelait, le sujet créateur doit choisir les valeurs des éléments d'une suite ou d'une fonction – ces valeurs ne sont pas inscrites dans un monde idéal. Pour le mathématicien ou logicien constructiviste et intuitionniste, les objets logiques ou mathématiques sont les produits des actes constructeurs d'un sujet créateur – c'est-à-dire des énoncés sous forme de théorèmes ou d'algorithmes qui tiennent lieu de propositions bolzaniennes ou frégréennes éternelles. Les algorithmes sont implantables dans un programme, les idées ne sont pas programmables... Cela va à l'encontre évidemment d'un principe des mathématiques ensemblistes, l'axiome du choix, qui permet avant tout choix individuel de déterminer un élément de façon arbitraire dans un ensemble dénombrablement infini et même au-delà. Ce sont ces excès du réalisme ou idéalisme platonicien qui ont mené à une réforme constructiviste et antiréaliste. D'un point de vue philosophique, c'est la certitude de nos constructions terrestres qui nous intéresse et non la fiction idéale du royaume nébuleux des coucous (*Wolkenskukuksland*), comme disait Nietzsche. C'est donc à l'incertitude liée aux propositions ou idées éternelles ou aux essences de l'idéalisme platonicien que renonce l'antiréalisme d'un Dummett comme l'empirisme constructif d'un van Fraassen ou le réalisme interne d'un Putnam et comme le constructivisme logicomathématique.

Mais je n'ai pas voulu caricaturer le réalisme pour autant. Le réalisme dans toutes ses variétés, du réalisme naïf, littéral ou béat au réalisme critique a des vertus qu'on ne saurait récuser. Même le constructivisme logicomathématique radical que je défends consent au réalisme pragmatique, c'est-à-dire le réalisme des pratiques scientifiques, que ce soit en mathématiques, en logique ou en science en général.

Prenons le cas de la physique, qui est un objet privilégié, il faut

l'admettre, pour le constructivisme logicomathématique. Le réaliste, naïf ou pas, opte pour une interprétation de la théorie physique comme « *imago mundi* » : la théorie est une image approchée du monde physique avec ses lois et sa structure causale. Pour le réaliste, il ne suffit pas de sauver les phénomènes « *ta phainomena sozein* », comme le dit van Fraassen après Duhem, mais il faut que la théorie physique le représente tel qu'il est en réalité. En d'autres termes, il y a une bijection entre le monde et sa représentation dans une théorie vraie. L'empiriste constructif soutiendra, lui que l'image scientifique du monde est construite alors que le réaliste interne rejettera la métaphysique externaliste de la représentation. La posture constructiviste consistera à mettre l'accent sur ce que Hilbert et son élève von Neumann ont appelé l'appareil analytique (*der analytische Apparat*), c'est-à-dire l'ensemble des structures logiques et mathématiques, le formalisme, qui surdéterminent le donné expérimental. L'appareil analytique génère des modèles qui ne sont pas isomorphes, ce qui signifie qu'on a nécessairement des modèles non standard et que la théorie ne peut être canonique ou à interprétation unique. « Modèle » est pris ici dans un sens plus large que la notion de modèle dans la sémantique ensembliste usuelle de la logique formelle où l'on ne peut avoir de modèle principal pour l'arithmétique de Peano, par exemple, que pour une théorie du second ordre où l'on quantifie sur les propriétés ou les sous-ensembles des individus du 1<sup>er</sup> ordre. Ce sens plus large ne fait pas la distinction entre les ordres de la quantification et permet d'admettre des cardinalités non dénombrables comme dans la théorie des multivers d'Everett (*the many-universe interpretation of quantum mechanics*). Mais c'est cette largesse dans la prolifération des modèles qui permet de réfuter la thèse d'Everett qui suppose une bijection ou correspondance biunivoque entre l'appareil analytique et le modèle des multivers. En effet, Everett défend l'idée que la ramification universelle de la fonction d'onde dans la théorie ondulatoire de Schrödinger engendre des univers multiples, alors que nous ne sommes conscients que d'un monde : mais il n'y a pas de bijection entre ce monde de l'expérience, qui

est certainement au plus dénombrable de cardinalité aleph zéro ( $\aleph_0$ ), et la fonction d'onde dont les valeurs sont des nombres réels et complexes avec la cardinalité 2 à l'aleph zéro ( $2^{\aleph_0}$ ). C'est pour cette raison que les cosmologues disent maintenant que s'il y a des mondes parallèles, ils sont inaccessibles. La même critique peut être faite à la théorie des mondes possibles de Lewis où un monde possible désigné, le monde réel, n'est pas sur un pied d'égalité ou de cardinalité avec l'ensemble des autres mondes. Autrement, le monde physique serait dans tous états en même temps, ce qui rendrait toute mesure impossible. Il faut bien voir que l'univers physique est mesurable, et si on peut en prendre la mesure localement, c'est que nous avons affaire à chaque fois à un état singulier, un événement que nous mesurons dans un intervalle de probabilité finie ou tout au plus dénombrable (avec additivité sigma, dit-on en termes techniques). C'est l'appareil expérimental qui est responsable de la mesure dans la préparation de l'expérience qui, elle, traite les données expérimentales. Le passage de l'appareil analytique à l'appareil expérimental s'opère par la médiation des modèles qui sont en principe multiples, comme je l'ai dit plus tôt.

#### 4. Conclusion

Si la théorie physique donne naissance à plusieurs modèles, c'est que la théorie est une construction hypothétique – obtenue par abduction selon le terme de C. S. Peirce et fondée sur un appareil analytique ou un formalisme logicomathématique dont la solidité a été éprouvée. Prenons le cas de la mécanique quantique : son armature analytique est l'espace de Hilbert, nommé ainsi par von Neumann qui a écrit l'ouvrage majeur sur les fondements mathématiques de la mécanique quantique en 1932<sup>29</sup>. Comme je l'ai montré plus haut, von Neumann y parle de conditions de réalité ou de réalisation de l'appareil analytique (*Realitätsbedingungen*), ce sont les modèles qui réalisent la structure logicomathématique de la théorie physique. En suivant ce train de pensée, on peut

<sup>29</sup> John von Neumann, « Mathematische Begründung der Quantenmechanik », *op. cit.*

résoudre le problème ou le mystère de l'applicabilité des mathématiques au monde physique, comme le disait Eugene P. Wigner. Le mystère se dissipe en effet quand on met l'accent sur l'interaction de l'appareil analytique et de l'appareil expérimental dans une théorie de la mesure, qui se résume à l'interaction du système observé et du système observateur. Il est assez évident que les structures logicomathématiques appartiennent au système observateur qui est aussi le « mesureur » du système observé, système observé qui se trouve ainsi structuré de part en part. L'appareil analytique s'applique au monde physique, parce que les modèles qu'il génère modulent les conditions de sa réalisation. La thèse de la surdétermination de l'appareil analytique vient ainsi conforter la notion « *the myth of the given* » formulée par W. Sellars ou de l'imprégnation du donné empirique par la théorie, c'est la « *theory-ladenness* ».

La constitution d'une théorie en sciences sociales ou en sciences humaines n'est pas aussi nettement définie, l'appareil analytique dans ce cas étant moins formalisé, que ce soit en économie, en sociologie ou en anthropologie. Mais il ne faut pas se leurrer, des théories physiques, comme la Relativité Restreinte, n'ont pas d'appareil analytique très sophistiqué : il suffit en effet de deux axiomes ou postulats pour encadrer la théorie de la RR, le principe galiléen de relativité pour l'équivalence des systèmes inertiels et la constance de la vitesse des ondes électromagnétiques, dont la lumière, dans tous les systèmes inertiels. La relativité générale devra introduire les équations du champ pour tenir compte des systèmes non inertiels (gravitationnels), mais le théorème de Pythagore suffit comme outil analytique pour passer des transformations de Galilée aux transformations de Lorentz et dériver ainsi les théorèmes de la RR.

En anthropologie la tentative de codification des lois de la parenté chez Lévi-Strauss formalisée par le grand mathématicien André Weil est un appareil analytique fort limité. En économie, il n'y pas de lois physiques – on dit bien lois du marché, mais le marché n'en a pas, ce n'est qu'une métaphore –, il n'y a que les principes de la théorie des probabilités appliquée ou théorie

statistique en économétrie. Une notion qui y joue un rôle majeur, c'est l'analyse régressive des séries chronologiques non linéaires dont le nom savant est homoskadicité ou hétéroskadicité pour les variables aléatoires ayant des variances différentes ou une dispersion statistique irrégulière; ces notions sont soumises au dicton que « corrélation n'est pas causalité » et on les retrouve aussi bien en biologie statistique des populations marines. L'analyse régressive en psychanalyse n'obéit pas aux mêmes préceptes, mais l'économie mathématique et la psychologie expérimentale ont ceci en commun qu'elles ne peuvent comme en sciences exactes préparer ou contrôler leurs expériences (excepté peut-être en économie socialiste ou en psychologie behavioriste!), dans la plupart des cas elles doivent s'en remettre à des données statistiques brutes et toujours innocentes; comme on dit, il faut savoir lire les données. La cueillette et le tri des données empiriques sont des traits dominants de la distinction entre sciences exactes et sciences sociales.

Dans le schéma <appareil analytique – modèles – appareil expérimental>, il faut inverser l'ordre des flèches : dans bien des cas, c'est l'interprétation des données, la taille de l'échantillonnage, la qualité de la population statistique étudiée qui va suggérer abductivement, c'est-à-dire en remontant, des modèles assujettis au formalisme de l'appareil analytique qui, en dernière analyse, ressemble fort à celui d'une théorie physique puisqu'en fondements mathématiques de l'économie, on retrouve les notions d'espace métrique, de fonctions linéaires, de processus de Markov. Des notions qui ne sont pas toujours à l'avant-scène mais qui constituent, peut-on dire, l'arrière-plan analytique de la science économique. Il existe aussi une sociologie mathématique qui utilise des modèles stochastiques (Anatol Rapoport et Herbert Simon), mais ce n'est pas là le lot de la majeure partie des sociologues. Je me contenterai pour finir de faire remarquer qu'en théorie des probabilités pures ou appliquées, il y aussi place pour l'observateur puisque la probabilité est liée à la répétition des observations dans un intervalle fini et si on recourt à des notions de limite ce n'est que pour uniformiser des données sur

la longue durée.

L'essentiel ici, c'est que la théorie suppose toujours l'acte constructeur du théoricien et que des théories aussi observationnelles que la théorie du chaos, née chez le météorologue Edward Lorenz, est en réalité une théorie constructiviste comme je l'ai montré dans un article récent<sup>30</sup>. La météo est faite d'observations, mais la prévision météorologique est une construction, parfois aussi fantaisiste que le vol d'un papillon...

J'ai voulu contraster trois types de réalisme minimal, réalisme sémantique, réalisme constructif ou pragmatique et réalisme interne. Et j'ai voulu cerner la posture ou la position fondationnelle du constructivisme logicomathématique que je pratique depuis plus de trente ans ou davantage. Des esprits libres ou libertaires voudraient associer le constructivisme logicomathématique de stricte obéissance au constructivisme pédagogique d'un Piaget ou d'un von Glaserfeld (le constructivisme radical en théorie de l'apprentissage) ou encore au socioconstructivisme des sociologues de la science, du programme fort de David Bloor de l'École d'Édimbourg au programme faible de Latour et compagnie. Le constructionnisme, comme il convient de l'appeler maintenant et dorénavant, ne relève pas de la philosophie des sciences, mais de la sociologie de la connaissance (*Wissenssoziologie*) qui a de nobles origines dans l'École de Francfort. Mais les dérives post-marxistes ont édulcoré le projet initial d'une critique des idéologies : le réalisme social est une idéologie bien connue, le constructivisme social n'est pas moins une idéologie, au sens où l'on cherche à formuler une épistémologie sociale, une théorie de la construction sociale de la réalité (Berger et Luckmann) ou une théorie de la construction de la réalité sociale (Searle). Karl Mannheim excluait les mathématiques et la physique de sa théorie de la production sociale du savoir. Horkheimer et Habermas voudront soumettre tous les savoirs à la théorie critique. On sait que cette volonté impériale a eu peu de succès, si ce n'est dans le journalisme scientifique ou la tribune de la vulgarisation scientifique qui confond les épithètes et les éti-

<sup>30</sup> Yvon Gauthier, « The Construction of Chaos Theory », *op. cit.*

quettes pour faire vite et vif. Il suffirait de mettre ce chapitre au compte de l'ignorance, mais ce ne serait pas faire preuve de pédagogie constructive...

Je veux ajouter encore qu'une option fondationnelle critique n'a rien à voir avec un dogme fondamentaliste qui édicterait des impératifs philosophiques ou des règles à suivre dans une pratique ordonnée à un idéal théorique. La critique fondationnelle en logique, en mathématiques et dans les pratiques scientifiques en général vise à assurer le maximum de certitude et de vérité dans la poursuite inquiète du savoir. Cette recherche fondationnelle va paradoxalement recourir à des moyens minimaux pour atteindre son objectif. J'entends par moyens minimaux la méthode et les outils analytiques qui mènent à des résultats de recherche concrets avec une économie de moyens sans faire appel à des principes qui transcendent la pratique, tant il est vrai que c'est la logique interne de la pratique qui est sa propre fin. Je récusé ainsi les postulats métaphysiques d'une ontologie générale sur le mode réaliste en admettant que les produits des activités d'un agent constructeur existent indépendamment de leur production ou de leur producteur dans un univers linguistique que Karl Popper aurait appelé un troisième monde. Les noms inassignables de la métaphysique, comme l'être, l'essence, la substance, l'âme, la matière, l'esprit habitent peut-être cet univers linguistique, mais dans les recoins reculés de la pratique scientifique. La recherche fondationnelle doit se tenir au plus près de la pratique quitte à s'en distancier pour formuler une théorie critique qui respecte la démarche scientifique tout en évaluant ses prétentions à la vérité ou à la certitude, qui est le versant subjectif de la vérité objective, comme le disait encore Hegel (*Wahrheit und Gewisshheit*). Faudrait-il dire que le héraut de l'idéalisme absolu est ici l'extrême contraire du constructivisme logico-mathématique que je pratique? Pas tout à fait, puisque la critique fondationnelle de la notion d'infini mathématique chez Hegel est encore pertinente dans la mesure où il a reconnu la nature polynomiale, c'est-à-dire finie, du calcul différentiel, tout en postulant que l'infini actif et non actuel se trouvait dans le rap-



port dynamique des différences infinitésimales du  $dy$  sur  $dx$ . Mais la physique et la chimie déductives qu'il a voulu substituer à la science de son temps, celle de Newton en particulier, n'est que l'ersatz métaphysique d'une science de la nature qui n'a pu et ne peut encore se muer en une philosophie de la nature, avatar d'une ontologie générale (*ontologia generalis*) qui s'évapore dans les nuées de la pensée spéculative... Je ne veux pas par cette répudiation de la métaphysique désavouer la spéculation et l'imagination créatrices dans les pratiques scientifiques, seulement bien circonscrire le territoire. Les scientifiques contemporains ont bien souvent pris la relève des philosophes à court d'imagination ou de souffle théorique et les idées métaphysiques du savant praticien, que ce soit en cosmologie physique, en théorie des particules élémentaires ou en logique et en mathématiques, n'ont rien à envier aux hypothèses des philosophes passés qui ont inventé les arrière-mondes pour rendre compte du monde ci-devant de la pratique du savoir. Et puisqu'il s'agit toujours de philosophie malgré tout, il n'est pas interdit de penser que le philosophe doive s'instruire et que, de ce fait, il veuille instruire le scientifique aussi bien que le philosophe, lequel peut alors réintégrer sa place d'interlocuteur valable du scientifique<sup>31</sup>.

<sup>31</sup> Note finale : il faut distinguer la notion de modèle en logique mathématique de la notion de modèle en théorie physique ou dans une théorie scientifique en général. Une structure  $A$  pour  $L(T_1)$ , *i.e.* le langage de  $T_1$  — qui est une théorie logique du premier ordre où l'on ne quantifie que sur des individus, consiste en : 1) un ensemble non vide  $|A|$ , appelé l'univers de  $A$ . Les éléments de  $|A|$  sont appelés les membres ou les individus de  $A$ ; 2) de fonctions  $f_A$  de  $|A|$  à  $|A|$  qui correspondent aux symboles de fonctions  $f$  de  $L(T_1)$  — en particulier d'individus  $e_A$  de  $|A|$  qui correspondent aux constantes  $e$  de  $L(T_1)$ ; 3) de prédicats  $p_A$  dans  $|A|$  autres que l'égalité correspondant aux symboles de prédicats de  $L(T_1)$ . Une structure est un *modèle* si tous les axiomes non logiques (axiomes propres ou mathématiques) sont vrais dans la structure. « Logiquement vrai » et « valide » sont synonymes dans la sémantique de  $L(T_1)$  — on pourrait aussi bien dire que la théorie a un modèle si l'ensemble de tous ses théorèmes a un modèle.

## Bibliographie

- Corry, Leo, *David Hilbert and the Axiomatization of Physics*, Dordrecht, Kluwer, 2004.
- Gauthier, Yvon, « Hermann Minkowski: From Geometry of Numbers to Physical Geometry », dans Vasselin Petkov (dir.), *Hermann Minkowski. A Hundred Years Later*, Springer, Berlin, 2010, p. 283-293.
- Gauthier, Yvon, « Hermann Weyl on Minkowskian Space-Time and Riemannian Geometry », *International Studies in the Philosophy of Science*, vol. 19, n° 3, 2005, p. 261-269.
- Gauthier, Yvon, *Internal Logic. Foundations of Mathematics from Kronecker to Hilbert*, chap. 6, Dordrecht, Kluwer, coll. « Synthese Library », 2002.
- Gauthier, Yvon, « The Construction of Chaos Theory », *Foundations of Science*, vol. 14, 2009, p. 153-165.
- Gauthier, Yvon, « Quantum Mechanics and the Local Observer », *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 22, n° 12, 1983, p. 1141-1152.
- Hacking, Ian, *Entre science et réalité. La construction sociale de quoi?*, Paris, La Découverte, 2001.
- Hermann, Grete, *Die naturphilosophischen Grundlagen der Quantenmechanik*, Berlin, Verlag Öffentliches Leben, 1935.
- Hilbert, David, « Die Grundlagen der Physik », *Mathematische Annalen*, n° 92, 1922, p. 1-32.
- Hilbert, David, John von Neumann et Lothar Nordheim, « Über die Grundlagen der Quantenmechanik », *Mathematische Annalen*, n° 98, 1928, p. 1-30.
- Jammer, Max, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, New York, McGraw-Hill, 1966.
- Jammer, Max, *The Philosophy of Quantum Mechanics*, New York, John Wiley and Sons, 1974.
- Mehra, Jagdish et Helmut Rechenberg, *The Historical Development of Quantum Mechanics*, volume 6, pt. 1, *The Completion of Quantum Mechanics, 1926-1941*, New York, Springer, 2000.
- Minkowski, Hermann, *Gesammelte Abhandlungen*, hrsg. v. D. Hilbert, Chelsea, New York, 1967.
- Nelson, Edward, *Radically Elementary Probability Theory*, Princeton (NJ), Princeton University Press, 1987.
- Peckhaus, Volker, *Hilbertprogramm und Kritische Philosophie. Der Göttinger Modell interdisziplinärer Zusammenarbeit zwischen Mathematik und*

- Philosophie*, Göttingen, Vandenhoeck and Ruprecht, 1990.
- Redei, Mikl'os et Michael Stölzner, *John von Neumann and the Foundations of Quantum Physics*, Vienna Circle Institute Yearbook, vol. 8, Dordrecht, Kluwer, 2000.
- Redei, Mikl'os et Michael Stölzner, « Soft Axiomatization: John von Neumann's Method in the Physical Sciences », dans Emily Carson et Renate Huber (dir.), *Intuition and the Axiomatic Method*, The Western Ontario Series in Philosophy of Science, Dordrecht, Springer, 2006, p. 235-249.
- Rovelli, Carlo, « Relational Quantum Mechanics », *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 35, 1996, p. 1637-1678.
- Ryckman, Thomas, *The Reign of Relativity. Philosophy in Physics 1915-1925*, Oxford, Oxford University Press, 2005.
- van Fraassen, Bas C., *Scientific Representation. Paradoxes of Perspective*, Oxford, Oxford University Press, 2008.
- van Fraassen, Bas C., *The Scientific Image*, Oxford, Clarendon Press, 1980.
- von Neumann, John, « Mathematische Begründung der Quantenmechanik », Abraham Haskel Taub (dir.), *Collected Works I*, Pergamon Press, p. 151-207.
- von Neumann, John, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Berlin, Springer, 1932, New York, Dover, 1943.
- Weyl, Hermann, *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, Leipzig, S. Hirzel, 1928.
- Weyl, Hermann, *Philosophy of Mathematics and Natural Science*, New York, Atheneum, 1963.
- Weyl, Hermann, *Gesammelte Abhandlungen*, hrsg. v. K. Chandrasekharan, Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 1968.
- Wightman, Arthur S., « Hilbert's Sixth Problem: Mathematical Treatment of the Axioms of Physics », dans Felix E. Browder (dir.), *Mathematical Developments Arising from Hilbert Problems*, Symposia in Pure Mathematics, vol. 28, Providence, AMS, 1976.
- Wintner, Aurel, « Über den analytischen Apparat der Quantenmechanik », *Zeitschrift für Physik*, vol. 49, n<sup>os</sup> 9-10, 1928, p. 674-696.