Éducation et francophonie

Des conduites d'élèves en construction
Le cas de figure des relations multiplicatives
The development of student behaviours
An illustration of multiplicative relationships
Comportamientos del alumno en construcción
El caso de las relaciones multiplicativas

Suzanne Vincent

Volume 25, Number 1, Spring 1997

L'apprentissage et l'enseignement des sciences et des mathématiques dans une perspective constructiviste

URI: https://id.erudit.org/iderudit/1080649ar
DOI: https://doi.org/10.7202/1080649ar

See table of contents

Publisher(s)

Association canadienne d'éducation de langue française

ISSN

0849-1089 (print)
1916-8659 (digital)

Explore this journal

Cite this article

Vincent, S. (1997). Des conduites d'élèves en construction : le cas de figure des relations multiplicatives. *Éducation et francophonie*, *25*(1), 48–69. https://doi.org/10.7202/1080649ar

Article abstract

This article is intended to examine how young third-grade students at elementary school go about solving simple multiplication problems, even before they are taught how to do so in class. Assigned tasks involving a multipliying operator, these students demonstrate many and varied procedures which bear witness to different models of representation of the multiplying modules. These modules are supported by knowledge elaborated within the framework of previous activities relative to numbering and to additive structures. An examination of the behaviour of certain subjects points up the actions and verbalization used to illustrate the models identified. This research is supported by Piagetian theories and studies, fertile concepts of social psychology, and didactic work on mathematics, to interpret what the subject has constructed mathematically and to propose action for teaching.

Des conduites d'élèves en construction Le cas de figure des relations multiplicatives

Suzanne VINCENT
Université Laval, Québec, Canada

RÉSUMÉ

Le présent article propose l'examen des conduites adoptées par de jeunes élèves de la troisième année du primaire dans la résolution de problèmes de multiplication simples, avant même que son enseignement ne débute en classe. Soumis à des tâches où entre en jeu un opérateur multiplicatif, ces élèves ont recours à des procédés nombreux et variés qui témoignent de l'existence de différents modèles de représentation des relations multiplicatives, soit les modèles additif, mixte et multiplicatif. Ces modèles prennent appui sur des connaissances acquises dans le cadre d'activités antérieures relatives à la numération et aux structures additives. L'examen de quelques conduites de sujets met en évidence les actions et les verbalisations utilisées pour illustrer les modèles identifiés. Cette recherche tire profit des théories et études piagétiennes, des concepts féconds de la psychologie sociale, de même que des travaux en didactique des mathématiques, pour interpréter les construits mathématiques des sujets et suggérer des pistes d'action pour l'enseignement.

ABSTRACT

The development of student behaviours –an illustration of multiplicative relationships

Suzanne VINCENT
Laval University, Québec, Canada

This article is intended to examine how young third-grade students at elementary school go about solving simple multiplication problems, even before they are taught how to do so in class. Assigned tasks involving a multipliying operator, these students demonstrate many and varied procedures which bear witness to different models of representation of the multiplying modules. These modules are supported by knowledge elaborated within the framework of previous activities relative to numbering and to additive structures. An examination of the behaviour of certain subjects points up the actions and verbalization used to illustrate the models identified. This research is supported by Piagetian theories and studies, fertile concepts of social psychology, and didactic work on mathematics, to interpret what the subject has constructed mathematically and to propose action for teaching.

RESUMEN

Comportamientos del alumno en construcción –el caso de las relaciones multiplicativas

Suzanne VINCENT
Universidad Laval, Quebec, Canadá

Este artículo se avoca al examen de los comportamientos desplegados por alumnos de tercer año de primaria al resolver los problemas simples de multiplicación, antes que que se les haya enseñado en clase. Sometidos a tareas en donde entra en juego un operador multiplicativo, los alumnos utilizaron procedimientos múltiples y variados que demuestran la existencia de diferentes modelos de representación de las relaciones multiplicativas, es decir, de los modelos aditivo, mixto y multiplicativo; dichos modelos se apoyan en conocimientos elaborados en el cuadro de actividades anteriores relacionadas con la numeración y las estructuras aditivas. El examen de algunos de los comportamientos de los sujetos puso en evidencia las acciones y las verbalizaciones invocadas en la ilustración de los modelos identificados. En la interpretación de las construcciones matemáticas de los sujetos y en la formulación de sugestiones para la enseñanza, esta investigación se inspira en la teoría y los estudios piagetianos, en los fecundos conceptos de la sicología social y en los trabajos de la didáctica de las matemáticas.

Introduction

On oublie trop souvent que les enfants amorcent la construction des différents concepts en cause dans les savoirs disciplinaires avant même que les enseignants ne les abordent de manière systématique en classe. En mathématiques comme dans d'autres disciplines, il arrive que l'on sous-évalue ou même que l'on ignore les savoirs véritables élaborés par les élèves relativement aux notions nouvelles introduites dans l'enseignement. On renforce ainsi l'idée, erronée bien entendu, que le processus d'apprentissage de ces élèves découle presque naturellement et directement de l'enseignement formel, alors que le plus souvent ces derniers ont déjà « en tête » tout un bagage de références et d'expériences qu'ils activent lorsqu'on les sollicite adéquatement. Des recherches, dont certaines portent sur les structures additives (Poirier, 1991), ont d'ailleurs montré l'existence de modèles de résolution implicites chez les jeunes élèves.

Notre étude (Vincent, 1992), qui s'inscrit dans la lignée des travaux en didactique des mathématiques relativement aux modes d'élaboration des savoirs, convient aussi de l'existence de modèles de représentation variés des structures multiplicatives chez de jeunes élèves de la troisième année du primaire, avant même l'enseignement systématique de la multiplication en classe. Le but du présent article est justement de faire état des modèles dégagés par ceux-ci dans le cadre d'une expérience menée en situation non scolaire. Avant de préciser le sens de ces modèles, il convient toutefois de nous référer aux études qui éclairent le processus de construction des savoirs chez les jeunes enfants – en particulier, des savoirs mathématiques – et de présenter le dispositif de recherche retenu. Par la suite, nous dégagerons les modèles observés et les illustrerons par des conduites d'élèves. Finalement, nous discuterons de considérations d'ensemble au regard des construits élaborés et dégagerons quelques implications d'ordre didactique.

Des références utiles pour comprendre les conduites mathématiques des élèves

En raison des perspectives fécondes qu'elles offrent pour l'examen et l'interprétation des conduites observées chez les élèves, nous nous sommes référée aux théories issues de la psychologie génétique du développement de l'intelligence et de la psychologie sociale ainsi qu'à quelques études plus spécifiques liées au domaine des mathématiques. Nous nous sommes également intéressée au cadre offert par la didactique des mathématiques. Ces références, qui souscrivent à une épistémologie constructiviste et qui prennent en compte la dimension sociale dans l'apprentissage, sont utiles pour éclairer les rapports dynamiques, interactifs et contextualisés que l'élève entretient avec les objets de savoir et pour comprendre la formation des concepts. Notre étude, qui vise à mieux cerner les représentations de jeunes sujets dans la résolution de problèmes multiplicatifs, tire profit de telles références. Il convient d'en préciser ici les grandes lignes.

Les perspectives fécondes issues des théories cognitive et sociale du développement de l'intelligence

L'épistémologie constructiviste, qui est particulièrement mise en lumière dans les travaux piagétiens, attribue au sujet un rôle éminemment actif et créateur et insiste aussi sur le rapport dialectique et évolutif que ce dernier entretient avec l'objet de connaissance, rapport géré par un processus de rééquilibration constante, producteur d'un état cognitif « majoré ». Les théories de *l'équilibration* (Piaget, 1973, 1975) et de *l'évolution du possible et du nécessaire* (Piaget, 1981, 1983) éclairent le processus de construction opératoire ainsi que l'évolution des conduites d'apprentissage chez les jeunes enfants. Ces théories montrent que la construction du réel se nourrit de régulations au sein du processus d'équilibration et qu'elle s'appuie sur les interprétations que le sujet compose à la suite de son activité. De telles interprétations, qui tiennent lieu de « possibles » et qui s'avèrent provisoires, évoluent en cours de développement jusqu'à ce l'une d'entre elles s'impose comme « nécessaire ». Ce sont les obstacles que le sujet rencontre dans sa trajectoire d'apprentissage qui « forcent » les coordinations nouvelles et qui le contraignent à réviser ses interprétations. Ces théories, qui insistent, d'une part, sur le jeu des accommodations et des compensations et, d'autre part, sur l'évolution des diverses interprétations ou des divers possibles dans l'apprentissage, servent de toile de fond ou de cadre de référence pour situer les conduites cognitives des sujets.

Si la genèse de l'élaboration des savoirs est éclairée, en grande partie, par le développement psychogénétique, on peut dire que sa compréhension est aussi enrichie par les apports de la psychologie sociale. Plusieurs travaux ont en effet insisté sur le caractère social de l'acte de cognition et démontré le rôle structurant des représentations et des interactions dans l'apprentissage (Perret-Clermont, 1979; Doise et Mugny, 1981; Moscovici, 1984). On a également tenté de mettre en évidence le rôle régulateur et médiateur du langage dans le développement de la pensée et le caractère agissant de la médiation exercée entre des acteurs de niveaux cognitifs différents (Vygotsky, 1981, 1985). On parle d'ailleurs maintenant de l'apprentissage comme étant aussi le « produit » d'une médiation socioculturelle (Cole, 1996; Wertsch, 1991) ou comme étant un acte culturellement situé (Lave et Wenger, 1991). Même si la composante sociale et médiatrice ne fait pas l'objet d'une préoccupation systématique dans notre étude, nous avons tenu compte d'une telle perspective pour orienter certains choix de recherche, notamment ceux liés à la présentation de tâches mathématiques devant être résolues en coopération et à la prise en compte des interactions pour l'identification des procédés des élèves.

Quelques études piagétiennes en mathématiques

Au-delà des perspectives épistémologiques décrites dans le cadre général évoqué précédemment, il nous faut aussi mentionner quelques *études piagétiennes* plus spécifiques pour rendre compte de la genèse et de la complexité du raisonnement proportionnel chez les jeunes enfants. De telles références permettent de situer les défis cognitifs qui lui sont particuliers, mais aussi les différents niveaux de conduites observées. L'évolution vers la proportionnalité, qui constitue une question centrale dans notre étude, procède d'une démarche complexe et progressive. De fait, le passage de la préproportionnalité qualitative à la proportionnalité quantifiée ou métrique s'effectue de manière graduelle et ne trouve son achèvement que vers l'âge de 12 ans (Piaget, Grize, Szeminska et Bang, 1968).

Deux études sont particulièrement éclairantes sur le propos. La première porte sur la *notion de proportion* (Sinclair, 1968) et définit quatre stades dans l'évolution vers la proportionnalité. Cette étude éclaire le sens de la gradation observée chez les jeunes enfants de 5 à 9 ans : l'enfant passerait d'une représentation basée sur la simple prise en compte des caractéristiques physiques des objets au stade 1 à une représentation caractérisée par le recours à l'opérateur multiplicatif pour convenir du rapport métrique au stade 4, les stades intermédiaires 2 et 3 témoignant de tentatives de coordinations diverses mais non achevées comme, par exemple, la production de régularités dans le cas des petits nombres, coordinations basées sur le recours aux connaissances additives. La deuxième étude porte sur *l'associativité multiplicative* (Berthoud-Papandropoulou et Kilcher, 1983) et convient de l'existence de trois niveaux de conduite chez les jeunes enfants selon les statuts qu'ils attribuent aux variables de rang en cause dans la multiplication – les éléments, les parties et le tout – ou selon leur manière de composer les relations entre celles-ci. D'abord incapable de se centrer sur plus d'une variable de rang et d'arriver à une solution au premier niveau, l'enfant parviendrait à la coordination des variables – d'abord par associativité commutative, puis par correspondances numériques – au troisième niveau, en passant par toutes sortes de tentatives de compensations en vue de stabiliser les relations entre les trois systèmes hiérarchiques au deuxième niveau. C'est d'ailleurs à ce niveau intermédiaire que l'enfant recourt à ses connaissances numériques ou à des calculs spontanés ou appris à l'école.

Le cadre de la didactique des mathématiques

Notre recherche s'est aussi intéressée aux théories, concepts et méthodes développés dans le cadre des travaux en didactique des mathématiques qui portent, comme on le sait, sur l'épistémologie des savoirs mathématiques, sur la genèse et l'acquisition des savoirs par les élèves, ainsi que sur la mise en œuvre de cette genèse dans les situations scolaires d'enseignement (Laborde et Vergnaud, 1994). Nous nous sommes intéressée, de manière particulière, à *la théorie des situations* (Brousseau, 1986) et à la méthode d'ingénierie didactique qui en découle, ainsi qu'à *la théorie des champs conceptuels* appliquée aux structures multiplicatives (Vergnaud, 1983, 1990). Ces théories nous permettent de mieux comprendre la dynamique des rapports qui s'établissent entre les élèves, le savoir et le système dans l'apprentissage et de mieux saisir les enjeux conceptuels sous-jacents aux notions mathématiques, notamment celles liées aux structures mathématiques.

La *théorie des situations* distingue trois types de « situations » ou d'états sur le plan des rapports que l'élève établit avec l'objet de savoir et le système. Ainsi, l'élève peut être placé en « situation d'action » par rapport au problème ou à la tâche, sans pour autant avoir à s'expliquer ou à s'interroger sur le sens de ses actions. Il peut aussi être placé en « situation de formulation » et être amené à échanger avec ses pairs ou avec l'adulte pour produire ses actions, et donc à utiliser le langage, sans qu'il lui soit pour autant nécessaire de les justifier. Finalement, il peut être placé en « situation de validation », ce qui l'amène à produire des énoncés déclaratoires par rapport à son activité, énoncés dépassant le simple échange d'informations pour prendre la forme de jugements, de justifications ou d'autovalidation de son point de vue. On comprendra que les tâches proposées aux élèves en classe revêtent une importance stratégique sur le plan didactique étant donné qu'elles sont susceptibles de teinter les différents types de rapports au savoir. C'est pourquoi la méthode d'ingénierie didactique inhérente à cette théorie suggère l'analyse dite *a priori* des tâches de manière à pouvoir mieux situer les défis cognitifs inhérents aux tâches proposées. Dans le cas qui nous occupe, la référence à cette théorie et à sa méthode nous permet de comprendre le type de dialogue « intérieur » ou « interactif » que nos sujets entretiennent avec l'objet de savoir mathématique et, partant, de cerner de manière plus subtile les représentations endossées.

La didactique des mathématiques s'est également nourrie de l'éclairage fourni par la *théorie des champs conceptuels* (Vergnaud, 1991). Cette théorie se préoccupe de l'analyse des liaisons entre les connaissances du point de vue de leur contenu conceptuel et montre, entre autres, que la formation des concepts dépend du traitement d'un ensemble de situations clés, de tâches ou de problèmes diversifiés. La formation des concepts ne peut donc dépendre de la résolution de quelques problèmes de même facture dans un temps prédéterminé ou, encore, se réduire à la maîtrise d'algorithmes, de procédures ou de formules. L'activité de conceptualisation est fonction des réalisations du sujet et procède d'une construction originale à partir des schèmes qu'il élabore, schème défini par Vergnaud comme étant une organisation invariante de la conduite pour une classe de situations donnée. Le concept de *représentation* est aussi fondamental pour comprendre la formation des connaissances. Ce concept ne peut toutefois être assimilé à quelque état statique formé d'images mentales auquel le sujet accéderait « après coup » une fois qu'il a agi sur le réel, pas plus qu'il ne peut être réduit au langage ou aux procédures utilisés. Ainsi que le précise Vergnaud, les représentations sont traduites par divers signifiants, tels le langage naturel, les gestes, les dessins et autres systèmes, mais elles sont aussi structurées par des signifiés, tels les règles d'action, les inférences, les prédictions ou les invariants opératoires implicites dans les conduites en situation. Le sujet forme et construit ses représentations dans ses interactions avec son environnement et les événements, en lien avec les objets, mais il est aussi influencé et guidé dans ses actions par de telles représentations.

Vergnaud (1991) a notamment éclairé les deux grandes classes de problèmes qui sont à la base de nombreux apprentissages en mathématiques, soit les structures additives et les structures multiplicatives. Le champ conceptuel des structures multiplicatives qui nous intéresse particulièrement est vaste et rejoint plusieurs classes de problèmes de niveaux de difficulté différents, susceptibles d'être résolus par une multiplication ou une division. Trois formes de relations sont en cause dans de telles structures. La première forme, appelée « isomorphisme de mesures », implique quatre quantités, c'est-à-dire deux mesures de deux catégories différentes, et utilise deux types d'opérateurs, soit l'opérateur scalaire (sans dimension) ou l'opérateur fonction (exprimant un rapport). Les problèmes suivants, empruntés à l'auteur, témoignent de cette première forme rencontrée au début de l'apprentissage de la multiplication: « *Sylvie a 3 paquets de gommes; il y a 5 gommes dans chaque paquet. Combien a-t-elle de gommes en tout?» ou «3 pelotes de laine pèsent 200 grammes. Il en faut 8 pour faire un pull. Quel est le poids du pull?*» Les deux autres formes de problèmes portent respectivement sur le produit de mesures et sur les proportions multiples, formes qui nous intéressent moins dans le cadre de la présente étude. L'examen des différents problèmes multiplicatifs sous l'une ou l'autre des formes montre bien la diversité des calculs relationnels et, partant, la complexité des enjeux cognitifs en cause. On devine donc que la maîtrise de la notion d'emboîtement multiplicatif n'est pas simple et suppose une démarche laborieuse de la part des élèves, démarche qui comporte plusieurs difficultés. L'une d'entre elles, assimilée selon Vergnaud à un véritable obstacle épistémologique, a trait au rejet du modèle exclusif de la multiplication comme addition itérée d'un même nombre, schème souvent employé par les enfants et suffisamment prégnant en début d'apprentissage scolaire.

Le cadre expérimental de l'étude

Comme il a été dit précédemment, l'étude que nous avons menée a été effectuée dans un contexte non scolaire, c'est-à-dire dans un contexte exempt de toute visée d'enseignement. Nous apportons ici quelques précisions au regard du cadre expérimental déployé, notamment en ce qui a trait à l'échantillon retenu, aux tâches proposées, au déroulement des séances, à la consignation des données ainsi qu'aux analyses effectuées.

L'échantillon

Douze élèves de 8 ans ont participé à l'étude. Ces élèves sont issus de deux classes de troisième année d'une école montréalaise. Les enseignants ont sélectionné les élèves sur la base des résultats indiqués au bulletin scolaire de fin de deuxième année et selon leur appartenance à l'un ou l'autre des niveaux de performance couramment identifiés en milieu scolaire et correspondant aux catégories d'élèves forts, moyens ou faibles (entre 100 % et 60 %). Aucun des élèves faibles n'enregistre toutefois de retard ou de difficulté pouvant l'associer à l'une ou l'autre des catégories d'élèves handicapés et en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA). Le choix de retenir, aux fins de l'expérimentation, des élèves de différents niveaux de performance n'a pas comme but de comparer les performances des élèves. Il correspond davantage au souci de tenir compte de la réalité composite de l'effectif-classe, mais aussi et surtout à la nécessité de recueillir le plus large éventail de conduites différentes chez des sujets de troisième année.

Les tâches

Plus d'une trentaine de tâches ou de problèmes, impliquant des relations multiplicatives de type «fois plus» et «fois moins» et de différents niveaux de complexité, ont été soumis aux élèves à l'intérieur de six séances. Ces tâches ont été présentées au sein de deux environnements. Le premier, appelé environnement naturel, utilise les modes papier-crayon et manipulation d'objets concrets; les consignes sont présentées par écrit ou énoncées verbalement par l'expérimentateur, selon les cas. Le second, appelé environnement informatique, implique la résolution des problèmes sur écran d'ordinateur à partir de la création ou de l'arrangement de configurations basées sur l'ajout ou le retrait d'objets informatiques (fruits, plateaux, etc.); les libellés des problèmes sont affichés sur l'écran et comprennent des données lexicales, numériques et iconiques (Legault et Lemoyne, 1987); des consignes verbales sont également énoncées. Le choix de recourir à des tâches dans un environnement informatique est motivé par la latitude qu'il offre pour traiter les problèmes multiplicatifs.

Le déroulement des séances

Les tâches ont été présentées au cours de six séances qui se sont étalées de septembre à mars. Deux expérimentateurs encadrent les séances avec les élèves. L'un est affecté à la conduite des activités, alors que l'autre est aux fonctions d'observation et d'enregistrement des données. Selon la convention établie entre les enseignants et les expérimentateurs, les élèves sont retirés de leur groupe-classe par groupe de six. Ils sont invités à travailler individuellement ou en petites équipes de deux ou trois dans un local attenant à la classe. Les interactions entre les élèves sont encouragées par des consignes explicites. Les séances durent environ une heure quinze minutes.

La consignation des données

L'ensemble des conduites des élèves, pour toutes les tâches et dans quelque environnement que ce soit, sont enregistrées sur magnétophone. Toutes les actions effectuées par les élèves dans l'environnement informatique sont graphiquement enregistrées, alors que celles effectuées dans l'environnement naturel sont consignées, en cours de séance, par l'observateur. Des protocoles sont par la suite constitués, protocoles faisant état des actions et des verbalisations des sujets, lesquelles rendent compte d'ailleurs des diverses interactions entre eux et avec l'expérimentateur.

Les analyses effectuées

Deux analyses ont été effectuées. La première, découlant de la méthode d'ingénierie didactique inhérente à la *théorie des situations*, porte sur un examen *a priori* des tâches et rend compte de l'inventaire des conduites possibles en fonction des défis cognitifs exigés par les tâches. Cette validation interne nous permet de répertorier l'ensemble des comportements ou des procédures de résolution susceptibles de rendre compte des conditions des tâches (but, contraintes, etc.). La deuxième, l'analyse *a posteriori*, a trait à la consignation et au décodage systématiques des conduites de résolution effectives des sujets, analyse qui mène d'abord à l'identification de procédés en fonction des schèmes utilisés par ceux-ci. Des procédés de base et des procédés dérivés sont ainsi identifiés selon la nature des schèmes employés, mais aussi selon le degré de « maturité » des procédures utilisées, les procédés dérivés étant des applications locales et non achevées des procédés de base. Le regroupement par « familles » de procédés aboutit ensuite au dégagement des divers modèles de représentation de la multiplication, modèles qu'il convient de présenter et d'illustrer dans la partie qui suit.

Les modèles de représentation de la multiplication et les conduites sous-jacentes

L'analyse des tâches ainsi que l'analyse des conduites effectives des sujets nous ont permis de répertorier et de classer les divers procédés de résolution utilisés et, partant, de dégager différents modèles de représentation des structures multiplicatives, modèles mettant en lumière les schèmes employés par les élèves. Trois modèles de représentation sont identifiés : le *modèle additif*, le *modèle mixte* et le *modèle multiplicatif*. Nous décrivons brièvement chacun d'eux pour ensuite les illustrer par quelques conduites d'élèves. Six cas d'élèves sont présentés, cas qui relatent les problèmes posés, les actions et les verbalisations des sujets ainsi qu'une interprétation sommaire des conduites observées.

Le modèle de représentation additif

Dans l'étude, quelques élèves utilisent un *modèle additif* pour résoudre les problèmes de multiplication posés. Le sujet qui traite la relation multiplicative à partir d'un modèle additif est celui qui, dans les procédés qu'il adopte, considère la relation « fois plus » comme ayant la signification « de plus ». Ce modèle est caractérisé par sa référence à l'ajout ou au retrait d'un nombre d'éléments équivalant à la valeur de la relation traitée et il est basé sur la considération des éléments unitaires des collections qui correspond à la variable de rang « éléments ». Le modèle de représentation additif est considéré dans l'étude comme étant le modèle le plus élémentaire en raison de la non-différenciation qui le caractérise de l'addition. Les élèves identifiés comme faibles dans l'étude font souvent référence à un tel modèle, bien que cela ne soit pas de façon exclusive.

Les illustrations qui suivent traduisent l'utilisation du modèle de représentation additif.

Cas n° 1 : Simon (séance 1)

Problème

Dans un environnement papier-crayon, on demande au sujet d'illustrer *3 fois plus*. La relation est écrite sur une bande de papier et la consigne suivante est formulée à haute voix : « *Fais un dessin qui explique ce qui est écrit, qui montre qu'il y a 3 fois plus.* »

Actions et verbalisations

Simon trace deux cercles identifiés par A et par B, puis dessine 19 étoiles dans le cercle A et 21 dans le cercle B. Invité par l'expérimentateur à justifier son illustration devant les autres enfants, il dit : *«c'est 2 fois plus»?, «… fois plus veut dire de plus»*. En réponse à un élève qui lui fait remarquer que c'est seulement «2 de plus» qu'il a illustré, Simon rétorque : *«… c'est 3 fois plus»*. Il récite alors la comptine des nombres *«19-20-21»* en marquant bien chaque nombre récité par un hochement de tête.

Interprétation

En plus ici d'affirmer énergiquement l'identité des relations «de plus» et «fois plus», ce qui montre le traitement additif du problème posé, le sujet attribue une valeur différente à la relation, soit 2 au lieu de 3. Il ne semble pas, du reste, s'apercevoir qu'il affirme deux réponses différentes. La gestuelle qu'il déploie nous révèle que le procédé de comptage utilisé lors de la deuxième réponse est mis en cause dans la différence attribuée entre les collections, ce sujet comptant effectivement les chiffres récités lors de sa deuxième réponse. Une telle conduite, qui se produit fréquemment chez quelques élèves de première année qui abordent les structures additives, semble pour le moins étonnante chez cet élève de troisième année. Il persévérera dans ce modèle au cours des séances qui suivent même s'il recourt à quelques reprises à un modèle mixte dans des tâches effectuées en collaboration, modèle qu'il utilise plus, selon nous, par complaisance vis-à-vis d'un partenaire performant qu'il admire que par «conviction» cognitive.

Cas n° 2 : Mario (séance 2)

Problème

Dans un environnement informatique, Mario est invité à traiter la relation *3 fois plus*, inscrite en haut de l'écran en encadré, en apportant, s'il y a lieu, des modifications à la configuration existante qui se décrit comme suit: deux aquariums contenant 3 poissons chacun apparaissent à la gauche de l'écran pour constituer une première collection; un autre aquarium contenant 3 poissons constitue une autre collection et apparaît à la droite de l'écran. La consigne suivante est donnée verbalement : *«Regarde bien l'écran; tu dois arranger le dessin pour qu'il y ait 3 fois plus.»*

Actions et verbalisations

Partant de la configuration proposée, Mario regroupe les six poissons de la première collection dans un seul aquarium (ce qui donne 6 poissons dans l'aquarium à gauche) et laisse la collection de droite telle quelle, soit l'aquarium qui contient 3 poissons. Il déclare « *Voilà, c'est trois fois plus ici* » en désignant l'aquarium de gauche.

Interprétation

Ce sujet applique le modèle de représentation additif de la multiplication en associant la relation (r) à la différence entre les collections. Pour lui, « fois plus » veut dire « de plus », bien qu'il ne le mentionne pas, contrairement à Simon. Même s'il ne change rien à la valeur de la collection initiale de gauche en regroupant les poissons des deux aquariums, ce sujet semble plus à l'aise de traiter avec les éléments unitaires de la collection qu'avec les regroupements, ce qui illustre l'absence de centration sur les parties de la collection donnée. L'arbitrage de la relation se fait à partir de la considération des éléments et du tout.

Le modèle de représentation mixte

Le second modèle, le *modèle mixte*, constitue de loin le modèle le plus utilisé par la majorité des sujets de l'échantillon. L'élève qui se réfère à un tel modèle coordonne deux schèmes distincts sur le plan relationnel: il soutient d'abord la nécessité d'effectuer un groupement « pareil » ou équivalent dans les différentes collections, puis d'ajouter ou de retrancher des éléments à l'une des collections selon la valeur attribuée à la relation. Un tel ajout (ou retrait, selon le cas) peut s'appliquer à l'une ou l'autre des variables de rang, selon que l'élève prend en considération les éléments unitaires ou qu'il se centre sur les partitions. Le modèle de résolution mixte utilisé pour résoudre un problème de multiplication témoigne, comme on le voit, de la considération de la variable de rang « parties », même si le nombre d'éléments unitaires composant chacune de ces parties n'est pas toujours constant. On ne peut parler de coordination achevée, bien que les élèves qui utilisent ce modèle se montrent capables de considérer plus d'une variable de rang dans la plupart des cas mais non toutes les variables : soit les partitions et le total, soit les éléments unitaires et les partitions. Le modèle de représentation mixte nous apparaît comme étant le plus intéressant en raison des nombreuses accommodations qu'il met en évidence chez les élèves, coordinations effectuées pour tenir compte des contraintes des tâches.

Les illustrations qui suivent traduisent l'utilisation du modèle de représentation mixte.

Cas n° 3 : Anita (séance 1)

Problème

Dans un environnement papier-crayon, on demande au sujet d'illustrer *2 fois moins*. La relation est écrite sur une bande de papier et la consigne suivante est formulée à haute voix : « *Fais un dessin qui explique ce qui est écrit, qui montre qu'il y a 2 fois moins.* »

Actions et verbalisations

Anita dessine deux ensembles A et B qui contiennent respectivement 30 et 10 ronds; elle inscrit le signe moins (-) entre les ensembles ainsi qu'une flèche allant de la collection la plus petite vers la plus grande en disant « … Je n'voulais pas que vous pensiez que c'était plus. » Invitée par l'expérimentateur à expliquer son dessin aux autres sujets, elle dit : *« C'est moins parce que c'est 2 fois moins, et 10 c'est 2 fois moins que 30 »*, puis ajoute après un certain moment *« ... pour que l'autre collection en ait 2 fois moins »*.

Interprétation

Ce sujet applique un modèle mixte qui consacre, rappelons-le, une quantité égale (paquets et nombre d'unités dans chaque paquet) pour les deux collections, puis attribue un nombre de paquets égal à la valeur de « r » à l'autre collection, en l'occurrence, ici, 2 paquets de 10 à l'une des collections. Ce qui singularise la conduite d'Anita, c'est qu'elle associe la relation « fois plus » à des paquets et la relation « de plus » à des unités, ainsi qu'elle nous le dit explicitement et le démontre à quelques reprises au cours des séances; en outre, elle spécifie que les paquets doivent absolument contenir 10 éléments et jamais moins pour qu'ils aient le statut de paquets. Chez ce sujet, la notion de paquet est associée à la base de regroupement « par 10 » qui découle de sa connaissance du système décimal. On a là un bel exemple d'obstacle que le sujet devra franchir pour faire évoluer sa représentation de la multiplication; il devra abandonner une telle référence exclusive pour saisir que des paquets peuvent aussi contenir plus ou moins 10 éléments.

Cas n° 4 : Guy et Sylvain en coopération (séance 2)

Problème

Ces deux sujets sont invités à illustrer, dans une tâche effectuée en coopération, la relation *3 fois plus*. Ils traitent la configuration suivante produite par un autre sujet : un aquarium contenant 6 poissons disposés en rangées de 3 poissons est placé à gauche de l'écran et 3 aquariums contenant chacun 3 poissons sont placés à droite. La consigne suivante avait été formulée à haute voix au tout début de la tâche : *« Vous travaillez ensemble et il faut que vous arrangiez le dessin pour qu'il explique ce qui est écrit, pour qu'il montre qu'il y a 3 fois plus. »*

Actions et verbalisations (Guy)

Guy travaille seul et procède ainsi pour l'application du modèle de représentation mixte: il regroupe d'abord les poissons de deux aquariums placés à droite (contenant chacun 3 poissons) dans un seul aquarium; puis, il l'élimine et le re-crée dans la collection de gauche. Cela donne la nouvelle configuration suivante : 2 aquariums de 6 poissons chacun à gauche disposés en rangées de 3 poissons (total de 12 poissons) et 1 aquarium de 3 poissons à droite (total de 3 poissons). En désignant la deuxième rangée de trois poissons du premier aquarium de gauche, Guy dit : *« Ici, il y a trois de plus »*; puis, désignant cette même rangée ainsi que les deux rangées de trois poissons du deuxième aquarium de la même collection (c.-à-d. celle de gauche), il poursuit en affirmant qu'*« il y a trois fois plus et 3 x 3 = 12 »*.

Actions et verbalisations (Sylvain)

Partant de la configuration produite par Guy, Sylvain poursuit en éliminant d'abord 3 poissons du deuxième aquarium de gauche et en créant ensuite 3 poissons dans le premier aquarium (ce qui équivaut au transfert d'une quantité, dans les faits). Cela donne la nouvelle configuration suivante : 9 poissons dans le premier aquarium et 3 dans le deuxième pour la collection de gauche (total de 12 poissons) et trois poissons dans l'unique aquarium de la collection de droite (total de 3 poissons). Aucune justification verbale n'est fournie.

Interprétation

Ces deux sujets appliquent un modèle de représentation mixte de la multiplication. Il est intéressant de remarquer que, même s'ils avaient été invités à travailler en collaboration pour la tâche, les sujets ont effectué une production individuelle, l'un à la suite de l'autre. Concernant le modèle utilisé, on voit bien qu'ils pensent déjà regroupements ou paquets « dans leur tête » même si les parties figuratives des collections ne comprennent pas le même nombre d'éléments. On remarque aussi qu'ils procèdent, après égalisation des quantités de paquets dans les collections, à l'ajout d'un nombre de paquets à l'une des collections. Dans le problème qui nous occupe ici, les deux sujets s'assurent de la présence d'un « paquet » d'éléments dans chacune des collections, puis considèrent pour l'une d'entre elles « r » paquets de « r » éléments, le « r » correspondant à la valeur de la relation proposée dans le libellé du problème, soit 3. La différence dans la manière d'arranger les collections chez Sylvain tient probablement au souci de marquer la symétrie entre les deux collections en soulignant visuellement l'équivalence par la présence d'un seul aquarium ou « paquet » ayant le même nombre d'éléments.

Le modèle de représentation multiplicatif

Quelques élèves résolvent les problèmes selon le modèle multiplicatif. Même si l'on ne peut parler, à l'examen des protocoles, d'une coordination franche des différentes variables de rang, on peut dire que le recours à ce modèle renvoie au type de représentation qui précède la formation de la multiplication, c'est-à-dire à l'établissement de liaisons, si élémentaires soient-elles, par rapport aux emboîtements éléments-parties-tout, comme l'indique l'étude de Berthoud-Papandropoulou et Kilcher sur la notion d'associativité multiplicative. Il peut être intéressant d'observer dans l'application d'un tel modèle les conduites d'Anita et de Sylvain, des élèves dont on a examiné les productions plus haut pour l'application du modèle de représentation mixte.

Les illustrations qui suivent traduisent l'utilisation du modèle de représentation multiplicatif.

Cas no 5 : Anita (séance 3)

Problème

Dans un environnement informatique, Anita est invitée à traiter la relation 2 fois moins en apportant des modifications à la configuration laissée par une autre élève qui devait résoudre individuellement le problème. Le libellé du problème se lit comme suit : « Jean a 2 fois moins de poires que Marie. Ensemble, ils ont 15 poires. » La configuration produite sur l'écran présente deux personnages, Marie et Jean; la collection attribuée à Marie est composée de 2 plateaux contenant chacun 4 poires et de 1 plateau de 2 poires; la collection initiale attribuée à Jean comprend 1 plateau contenant 4 poires et 1 plateau contenant 1 poire. La consigne verbale suivante est donnée : *« Lis bien le problème et regarde l'image à l'écran; tu dois arranger le dessin pour faire ce qui est écrit. »*

Actions et verbalisations

Anita intervient à partir d'une configuration produite par son amie qui, pour un même défi, avait attribué à Marie 1 plateau de 2 poires et, à Jean, 3 plateaux de 4 poires ainsi que 1 plateau de 1 poire. La configuration initiale du problème avait donc subi des transformations majeures et Anita ne conservait que le libellé du problème pour corriger cette production. Il faut préciser toutefois que le sujet précédent n'avait enlevé aucun élément au total d'éléments des deux collections, bien qu'il les ait distribués différemment au sein de celles-ci; Anita était consciente de ce fait, comme elle l'a signalé. Anita procède alors en transférant 2 plateaux de 4 poires à Marie qui possédait déjà, rappelons-le, 1 plateau de 2 poires (total de 10 fruits). La collection laissée à Jean consiste en 1 plateau de 4 poires et 1 plateau de 1 poire (total de 5 fruits). Avec une gestuelle qui désigne, pour la collection de Marie, 1 plateau de 4 poires et 1 poire dans le plateau qui contient 2 poires, et ce à deux reprises, Anita dit : *« Il faut compter autrement, c'est 1 fois, c'est 2 fois. »*

Interprétation

Le sujet applique un modèle multiplicatif; sa gestuelle ainsi que ses propos indiquent bien qu'il considère les éléments, les parties et le tout, même si l'arrangement final ne rend pas compte de l'existence de « parties » ayant un nombre égal de fruits. Il est clair toutefois que ce sujet s'appuie sur une partition « mentale » des collections appuyée par un procédé de comptage, ce sur quoi il insistera du reste dans ses justifications. On voit bien que c'est dans sa manière de compter les fruits que le sujet pense « parties », et non en construisant des partitions équivalentes, ce qui témoigne d'une coordination plutôt fragile des relations entre les différentes variables en cause.

Cas no 6 : Sylvain (séance 4)

Problème

Le problème posé en est un de distribution de jetons. On invite le sujet à donner 2 fois plus de jetons à Simon, alors qu'un autre élève a déjà distribué 8 jetons à Anita et 10 à Simon. La consigne suivante est donnée : « Donne 2 fois plus de jetons à Simon que ce que Karine a eu. »

Actions et verbalisations

Sylvain entre en jeu une fois qu'un autre élève qui applique un modèle additif a distribué 8 jetons à un premier élève et 10 à un second. Sylvain retire alors les jetons donnés au second élève, soit la collection de 10, ce qui ramène sa collection à 0; il maintient la collection du premier élève à 8. Il en donne alors 16 au second, par comptage, sans les disposer en groupes. Sylvain affirme alors que *« 8 + 8 ça fait 16 et 2 x 8 ça fait 16 aussi... voilà »*.

Interprétation

En un certain sens, on peut dire que ce sujet résout le problème de manière multiplicative, puisqu'il semble considérer les éléments, les parties et le tout, du moins sur le plan du discours déployé, par sa référence aux tables de multiplication. Il est à noter que le mode classificatoire utilisé pour les procédés nous permettait d'inclure le recours à une telle référence dans le modèle multiplicatif. Toutefois, il est permis de penser que la considération des parties de la collection s'appuie plus sur la connaissance des tables d'addition que sur une composition véritable des partitions, en lien avec les autres variables de rang. Ainsi que l'a souligné Kamii (1985) dans l'examen des équations additives chez les jeunes enfants, la mémorisation des doublets numériques, par exemple 5+5, 10+10, etc., est aisée pour eux et facilement repérable pour résoudre les problèmes multiplicatifs, une telle référence supportant davantage une interprétation additive de la multiplication.

Discussion au regard des construits des élèves et de la pédagogie

L'analyse des conduites de résolution de problèmes multiplicatifs nous a permis d'identifier différents modèles de représentation des structures multiplicatives chez de jeunes élèves de la troisième année du primaire qui n'ont pas encore entrepris un tel apprentissage en classe. Le cas de figure des relations multiplicatives constitue une illustration intéressante pour comprendre le trajet d'apprentissage des jeunes enfants. Il convient de discuter de quelques considérations d'ensemble au regard des conduites observées chez ces derniers et de dégager quelques implications d'ordre didactique.

Quelques considérations d'ensemble au regard des conduites observées

À la suite de l'analyse des modèles de représentations des structures multiplicatives endossés par les jeunes sujets de l'étude, quelques considérations d'ensemble sont ici dégagées : on peut parler de l'existence de conduites « en construction », d'apprentissages effectués « en continuité » mais aussi de conduites peu interactives.

Des sujets en voie de passer au modèle multiplicatif

La première considération qu'il convient de relever concerne la capacité des jeunes enfants à composer avec les relations multiplicatives avant leur introduction formelle en classe, même s'ils n'en saisissent pas encore tous les enjeux relationnels. Cela peut sembler tenir du lieu commun que d'affirmer une telle capacité, d'autant que plusieurs enfants se réfèrent souvent aux notions « fois plus » ou « fois moins » dans le discours et connaissent « par cœur » les tables de multiplication. Il faut toutefois situer le sens de ce propos en lien avec les capacités « opératoires » des sujets plutôt qu'en fonction de leur performance scolaire, l'accent étant mis ici sur les tentatives de coordination en vue de prendre en compte les différentes variables de rang dans les emboîtements multiplicatifs. On peut ainsi dire que ces élèves sont en voie de passer au modèle multiplicatif, bien que l'on doive signaler des différences importantes dans leur manière de considérer les variables de rang ou de composer les relations entre elles. On observe, en effet, chez les jeunes élèves de cet âge une diversité de modèles de représentation des problèmes multiplicatifs, soit les modèles additif, mixte ou multiplicatif. Toutefois, c'est surtout le recours fréquent au modèle mixte qui témoigne de cet état transitoire, modèle caractérisé, rappelons-le, par la coordination des schèmes d'équivalence et d'itération. De fait, ce modèle génère une multiplicité de procédés de résolution chez les sujets, correspondant à autant de tentatives d'accommodation en vue d'agir sur les propriétés relationnelles et numériques des problèmes. C'est pourquoi on parle de conduites « en construction ».

Des sujets qui recourent au patrimoine mathématique constitué

La deuxième considération qu'il nous faut dégager à la suite de l'examen des modèles de représentation des structures multiplicatives chez les sujets porte sur le recours à leur bagage de connaissances acquises au cours d'expériences antérieures. Il faut dire que, très tôt, les jeunes enfants sont amenés à faire des jeux ou des activités qui leur permettent d'ajouter, d'enlever, de donner pareil, de faire des paquets, de partager, de trouver le tout ou, encore, d'égaliser des quantités, soit en manipulant des objets (Smarties, ficelles de réglisse, briques Lego, billes, etc.), soit en se consacrant à des tâches en classe. Ces activités, exercées dans le cadre ludique ou scolaire de leur vie d'enfant ou d'écolier, leur permettent de se constituer un actif auquel ils pourront puiser par la suite pour asseoir la construction des structures multiplicatives. Le fait de situer l'enseignement de la multiplication à la fin du premier cycle du primaire peut parfois donner l'impression qu'il est « en rupture » avec ce qui a été abordé précédemment en classe et qu'il tranche de manière abrupte avec les acquis antérieurs des élèves. Il n'en est rien. Il semble plutôt que les modèles de représentation utilisés dans le cas des structures multiplicatives s'appuient sur des connaissances élaborées lors d'expériences relatives à la numération et aux structures additives, ce qui témoigne bien de la filiation des concepts dans l'apprentissage. Des études (Kamii, 1985) ont d'ailleurs montré l'influence de telles connaissances dans la formation des structures multiplicatives. De fait, les élèves puisent au répertoire de connaissances et d'expériences dont ils disposent et en réinvestissent les « interprétations » dans leurs constructions nouvelles. On le voit bien, les notions mathématiques sont solidaires les unes des autres et sont mises en « réseau » par l'élève à partir des différentes liaisons opératoires qu'il effectue. Certaines connaissances et conduites procédurales semblent même projeter un « halo » particulier et avoir un effet structurant sur la construction de notions nouvelles comme c'est le cas, par exemple, de l'utilisation du zéro, de la référence au système décimal, de la formulation de l'addition répétée, du recours aux tables d'addition et de multiplication ou de l'utilisation de procédés de comptage assortis de gestuelles. Plusieurs élèves tablent d'ailleurs sur de telles connaissances pour se sortir des « impasses » auxquelles ils sont confrontés dans des tâches inédites et tenter ainsi des adaptations nouvelles. On parle donc d'apprentissages effectués « en continuité ».

Des sujets plutôt réservés sur le plan des échanges interactifs et de l'explicitation de leur point de vue

La troisième considération générale que l'on peut formuler au regard des conduites des sujets a trait aux interactions engagées entre ceux-ci lors des tâches de type coopératif et au langage utilisé pour l'explicitation de leur point de vue. En effet, lorsque placés en situation de collaborer pour résoudre les problèmes et de justifier leurs productions, les sujets de l'étude se montrent plutôt réservés sur le plan de la coopération et de l'explicitation spontanée de leur point de vue. De fait, tout se passe comme s'ils agissaient « chacun pour soi » ou se parlaient « à eux-mêmes » dans leur tête, leurs conduites témoignant le plus souvent d'actions individuelles lors des tâches collectives et de discours « intériorisés ». Même si les consignes verbales les invitaient à co-construire les solutions aux problèmes pour certaines tâches ou, pour tous les problèmes, à rendre compte du sens de leur démarche, les enfants ont fait montre de conduites individualistes et peu explicites. Toutefois, comme on les a encouragés à collaborer de manière soutenue et qu'on les a sollicités par des questions en vue de constituer des protocoles expérimentaux « parlants », les enfants ont fait montre d'une certaine capacité à interagir entre eux et à parler de leur réalisation. Là encore, des différences quant à la participation et à l'élocution ont été observées. Il est clair que de telles attentes, formulées en contexte expérimental, rompent avec les règles habituelles du contrat établi en salle de classe. L'intérêt plutôt mitigé pour la négociation et le partage des solutions ainsi que le faible recours au langage pour expliquer les productions pourraient bien être dus aux habitudes développées dans le cadre de la culture scolaire, laquelle laisse relativement peu de place aux conduites spontanées de coopération dans les devoirs et aux justifications cognitives de type verbal. Aussi, l'étude nous renseigne finalement peu sur la capacité réelle des enfants à entretenir une dynamique interactive autonome lors de la construction de concepts mathématiques ou de se placer en « situation de formulation » par rapport à l'objet de connaissance. C'est dans un tel sens qu'il nous faut parler de conduites peu interactives et peu explicites.

Une pédagogie plus audacieuse sur le plan de la sollicitation cognitive des élèves

Les considérations d'ensemble évoquées plus haut sont intéressantes dans la mesure où elles inspirent l'action. Quelques pistes de réflexion sont suggérées ici en vue de supporter des visées pédagogiques plus audacieuses au regard de la sollicitation cognitive des élèves. Il faut situer une telle intention non pas dans le but d'exercer une pression qui aurait comme effet de «forcer» la performance, mais plutôt dans celui de permettre aux enfants de mieux traduire le sens de l'activité engagée dans les tâches scolaires.

Dépasser les contenus notionnels prescrits dans les programmes d'études

On connaît l'importance qu'ont les programmes d'études pour l'enseignement et pour l'aide qu'ils apportent aux enseignants et enseignantes dans la préparation des leçons en classe. On sait aussi que les objectifs ou les compétences inscrits au curriculum sont répartis, de manière plus ou moins arbitraire, entre les différentes classes. S'ils ont un caractère prescriptif, les programmes d'études ne sont en tout cas pas limitatifs en ce qui a trait aux visées à poursuivre; même que l'on encourage plutôt les pédagogues à «dépasser» les contenus notionnels et les seuils de performance proposés. Les enseignants expérimentés tiennent certes compte du cadre curriculaire proposé, mais s'autorisent aussi à l'enrichissement didactique des situations d'apprentissage, forts de la connaissance qu'ils ont des élèves et convaincus qu'ils sont de la nécessité d'explorer les différentes notions au-delà des seuls angles ou modalités proposés. De telles pratiques sont à encourager parce qu'elles permettent aux enfants de témoigner des représentations qu'ils ont déjà construites et, aux maîtres, de détecter et de tenir compte des pré-conceptions des élèves dans leur enseignement. Même si l'on convient de l'importance de telles initiatives, on hésite encore trop souvent à solliciter les jeunes de manière plus audacieuse dans le cadre des travaux scolaires, au-delà de ce qu'ils ont vu ou de ce qui est prescrit au programme. Si l'on consent à être plus hardi auprès des élèves forts, on hésite toutefois à proposer des questionnements plus «déstabilisants» aux élèves moyens ou faibles et, ainsi, à s'enquérir de ce qu'ils connaissent effectivement. Il pourrait être intéressant de montrer plus d'audace sur le plan de l'exploration des contenus notionnels, au-delà du strict découpage d'objectifs prescrits pour chacun des degrés.

Favoriser l'exploration des situations d'apprentissage au-delà de la seule quête de la réponse

On hésite aussi, pour toutes sortes de raisons dont l'une a trait au temps imparti à l'enseignement de l'une ou l'autre des matières, à offrir aux enfants la possibilité d'explorer le même concept ou la même notion au sein de différentes tâches et à les faire réfléchir sur les contextes de ces tâches. Le plus souvent, c'est la quête de la réponse qui devient l'enjeu principal de l'activité cognitive pour l'élève, enjeu qui est parfois renforcé par le contrat établi en classe. Pourtant, la plupart des individus se permettent une telle exploration dans l'accomplissement des activités de la vie courante ou professionnelle, qu'il s'agisse du chef qui « bricole » une sauce d'accompagnement à partir des indications de plusieurs recettes, de la couturière qui « jongle » sur les mesures d'un tissu à motifs avant de le découper ou du menuisier qui « explore » l'espace d'une chambre avant d'entreprendre la percée d'une fenêtre. Pour saisir les continuités qu'il tisse tout autant que les ruptures qui se manifestent dans l'apprentissage, il importe d'observer l'élève dans sa manière de lire et d'interpréter les conditions des tâches ou, encore, de traiter une même notion dans différents problèmes. Pour apprendre, les enfants ont besoin de « jouer » et de « jongler » avec les données des problèmes, de lire des énoncés de problèmes de nature et de facture différentes, mais aussi de « risquer » diverses interprétations du problème donné. Cela exige qu'on leur laisse le temps nécessaire pour explorer les problèmes et que l'on examine les accommodations qu'ils tentent en cours de résolution. Les enseignants d'expérience savent que l'activité exploratoire et investigatrice des élèves dans la résolution de problèmes est tout aussi – sinon plus – importante que la formulation de la réponse elle-même. En tout cas, une telle préoccupation risque de renseigner davantage sur le sens des divers « possibles » que l'élève élabore. Il pourrait être intéressant de montrer autant d'audace sur le plan de la variété des situations présentées que sur celui de l'approfondissement de la démarche de l'élève.

Encourager une dynamique interactive au sein de la classe

Il est admis que l'intelligence se développe en contexte d'interactions sociales et que le langage joue un rôle fondamental dans la construction des connaissances. Dans les situations de la vie courante, la confrontation et l'explicitation de points de vue avec l'entourage contribuent à aviver l'esprit et à modeler la pensée. Si cela est vrai pour les adultes, il faut reconnaître que les échanges interactifs et le langage y sont pour beaucoup dans la structuration de la pensée chez les jeunes enfants. Ces échanges permettent, entre autres, de répondre à des objections, de valider ou de redresser son point de vue, d'envisager des avenues non explorées ou de formuler des nuances. On se montre toutefois encore hésitant à permettre des confrontations de points de vue entre les élèves ou à les laisser verbaliser sur leurs productions ou leurs erreurs. Encore là, la culture scolaire peut expliquer en partie ce fait, l'apprentissage étant encore trop souvent considéré comme une aventure presque exclusivement individuelle. Il semble bien pourtant que l'on puisse tirer profit d'une dynamique plus interactive au sein de la classe, dynamique qui laisse une place aux débats « à propos » des savoirs, aux questions et aux justifications des élèves. Comme il faut nécessairement tenir compte du contexte collectif de la classe avec ses exigences particulières quant au bon fonctionnement et à la discipline, il faut pouvoir gérer habilement une telle dynamique; en effet, celle-ci constitue une entreprise qui ne peut être improvisée ni laissée au hasard. Les enseignants d'expérience savent bien que le questionnement « socratique » est une œuvre exigeante qui n'a rien à voir avec le laisser-faire en classe. Il pourrait être intéressant, comme on l'a mentionné précédemment, de faire preuve de plus d'audace en ce qui a trait à la mise en œuvre d'une telle dynamique interactive, et ce, dans le respect des aptitudes de chaque enseignant.

Conclusion

La construction des connaissances procède d'un long cheminement et est ponctuée de multiples tentatives de la part de l'enfant en vue d'effectuer les coordinations nécessaires au regard des connaissances et de produire un état majoré dans l'apprentissage. Cette majoration est le fruit de son activité en rapport dialectique avec l'objet de connaissance et en lien dynamique et interactif avec son environnement. Les jeunes enfants ne constituent pas « des terrains en jachère » lorsqu'ils sont sur le point d'entreprendre l'exploration de notions nouvelles. Ils disposent déjà de représentations, de pré-conceptions, dont certaines peuvent être fort évoluées. Les modèles dégagés par les enfants dans quelque discipline que ce soit ne sont ni spontanés ni fortuits; ils sont le résultat d'une structuration originale du sujet. Il semble bien qu'on ait tout intérêt à scruter attentivement les manières de faire et de dire des élèves, au-delà des seules réponses fournies dans les cahiers scolaires. C'est d'ailleurs une telle initiative qui nous permet d'aller au-delà des apparences pour chercher l'essence et le sens des conduites des enfants. Les positions avancées actuellement dans les différents rapports de conjoncture en éducation, au Québec ou ailleurs, autour de la question de la réussite scolaire des élèves soulignent la nécessité de susciter un engagement plus soutenu de leur part et d'offrir une pédagogie mieux adaptée à leurs possibilités. Il faut espérer que l'appel sera entendu, non pas pour satisfaire la demande sociale d'un encadrement plus structuré des élèves en vue de briller dans les palmarès de performance ou de rassurer les administrateurs et les parents, mais bien pour mieux servir leurs potentialités réelles. Après tout, les élèves ne cessent de nous dire qu'ils veulent « apprendre pour de vrai » à l'école (Conseil supérieur de l'éducation, 1986).

Références bibliographiques

BERTHOUD-PAPANDROPOULOU, I. et KILCHER, H. (1983). Multiplication et associativité multiplicative. Dans J. Piaget (dir.), 2. L*'évolution du nécessaire chez l'enfant* (p. 95-118). Paris : Presses universitaires de France.

BROUSSEAU, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, *7*(2), 33-115.

COLE, M. (1996). *Culture in Mind*. Cambridge, MA : Harvard University Press.

CONSEIL SUPÉRIEUR DE L'ÉDUCATION (1986). *Apprendre pour de vrai. Témoignages sur les enjeux et les conditions d'une formation de qualité.* Rapport 1984-1985 sur l'état et les besoins de l'éducation. Québec.

DOISE, W. et MUGNY, G. (1981). *Le développement social de l'intelligence.* Paris : Inter-Éditions.

KAMII, C. (1985). *Les jeunes enfants réinventent l'arithmétique.* Berne : Peter Lang.

LABORDE, C. et VERGNAUD, G. (1994). L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Dans G. Vergnaud (dir.), *Apprentissages et didactiques, où en est-on?* (p. 63-93). Paris : Hachette.

LAVE, J. et WENGER, E. (1991). *Situated Learning.* New York : Cambridge University Press.

LEGAULT, B. et LEMOYNE, G. (1987). *Pictron : un environnement de représentation de problèmes arithmétiques.* Rapport technique 1, Université de Montréal.

MOSCOVICI, S. (dir.) (1984). *Psychologie sociale.* Paris : Presses universitaires de France.

PERRET-CLERMONT, A. N. (1979). *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale.* Berne : Peter Lang.

PIAGET, J. (1973). *Introduction à l'épistémologie génétique* (2e éd.). Paris : Presses universitaires de France.

PIAGET, J. (1975). *L'équilibration des structures cognitives.* Paris : Presses universitaires de France.

PIAGET, J. (1981). *Le possible et le nécessaire.* T. 1. Paris : Presses universitaires de France.

PIAGET, J. (1983). *Le possible et le nécessaire.* T. 2. L'évolution du nécessaire chez l'enfant. Paris : Presses universitaires de France.

PIAGET, J., GRIZE, J. B., SZEMINSKA, A. et BANG, V. (1968). *Épistémologie et psychologie de la fonction.* Paris : Presses universitaires de France.

POIRIER, L. (1991). *Étude des modèles implicites mis en œuvre par les élèves lors de la résolution de problèmes arithmétiques complexes mettant en jeu la reconstruction d'une transformation* (thèse de doctorat inédite). Université du Québec à Montréal.

SINCLAIR, H. (1968). De la régularité à la proportionnalité. Dans J. Piaget, J. B. Grize, A. Szeminska et V. Bang (dir.), *Épistémologie et psychologie de la fonction* (p. 50-57). Paris : Presses universitaire de France.

VERGNAUD, G. (1983). Multiplicative structures. Dans R. Lesh et M. Landau (dir.), *Acquisition of Mathematical Concepts and Processes* (p. 127-173). New York : Academic Press.

VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques, 10*(2-3), 133-170.

VERGNAUD, G. (1991). *L'enfant, la mathématique et la réalité. Problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire* (4e éd.). Berne : Peter Lang.

VINCENT, S. (1992). *La construction des structures multiplicatives chez des jeunes élèves du primaire* (thèse de doctorat inédite). Université de Montréal.

VYGOTSKY, L. S. (1985). *Pensée et langage.* Paris : Éditions sociales.

VYGOTSKY, L. S. (1981). The instrumental method in psychology. Dans J. V. Wertsch (dir.), *The Concept of Activity in Soviet Psychology* (p. 134-143). Armonk, NY : M.E. Sharpe.

WERTSCH, J. V. (1991). *Voices of the Mind. A Sociocultural Approach to Mediated Action.* Cambridge, MA : Harvard University Press.