

Quelques développements dans l'application de la méthode des probabilités de survie pour l'estimation de la migration nette

SOME DEVELOPMENTS IN APPLYING THE PROBABILITY OF SURVIVAL METHOD IN ESTIMATING NET MIGRATION

ALGUNOS DESARROLLOS EN LA APUCACIÓN DEL MÉTODO DE LAS PROBABILIDADES DE SUPERVIVENCIA PARA LA ESTIMACIÓN DE MIGRACIÓN NETA

Marc Tremblay

Volume 19, Number 1, Spring 1990

Diversité de la population québécoise

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/010037ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/010037ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

Association des démographes du Québec

ISSN

0380-1721 (print)

1705-1495 (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this note

Tremblay, M. (1990). Quelques développements dans l'application de la méthode des probabilités de survie pour l'estimation de la migration nette. *Cahiers québécois de démographie*, 19(1), 113–122.
<https://doi.org/10.7202/010037ar>

Article abstract

Methods based on survival probabilities are often used for estimating net migration by age over a given period, and the bias introduced by these methods have been discussed by many authors. This note shows that the results obtained in this respect by Wunsch and Termote (and used by Courgeau as well) under the hypothesis of an even distribution of migrants over the period, are actually valid for another assumption.

Quelques développements dans l'application de la méthode des probabilités de survie pour l'estimation de la migration nette

Marc TREMBLAY *

La méthode des probabilités de survie, en démographie, permet d'estimer l'ampleur de la migration nette selon l'âge, pour une population donnée, durant une période donnée. Les données de base nécessaires à l'application de cette méthode sont assez élémentaires : il suffit de connaître, essentiellement, les effectifs présents dans la population au début et à la fin de la période (information que l'on trouve, par exemple, dans les recensements) ainsi que les probabilités de survie durant cette même période (on peut utiliser pour cela les tables de mortalité). À partir de ces données, on calcule les effectifs « attendus » selon la mortalité appliquée à cette population, et on les compare aux effectifs observés; la différence entre ces deux valeurs nous donne une estimation de la migration nette dans cette population pour la période d'application.

En fait, il n'y a pas une seule, mais plusieurs méthodes des probabilités de survie, selon le *moment* où l'on suppose que les mouvements migratoires s'effectuent. Par exemple, si l'on suppose que toute la migration s'effectue à la *fin* de la période, on calcule les effectifs attendus à la fin de la période en appliquant les probabilités de survie aux effectifs présents au début de la période; c'est la méthode de « projection vers l'avant ». Si l'on suppose plutôt que toute la migration a lieu en *début* de période, on calcule alors les effectifs attendus en début de période en appliquant l'inverse des probabilités de survie

* Département de démographie, Université de Montréal.
L'auteur remercie Céline Bélanger, professeure de mathématiques au Collège Marie-Victorin, ainsi que les cinq évaluateurs anonymes qui ont lu la version préliminaire de cette note de recherche.

aux effectifs observés en fin de période; c'est la méthode de « projection vers l'arrière ». En prenant la moyenne arithmétique des résultats de ces deux méthodes, on obtient sans doute un résultat plus proche de la réalité, puisqu'il correspond à la moyenne des deux valeurs « extrêmes » de l'estimation.

Ces méthodes des probabilités de survie ont fréquemment été utilisées et critiquées ¹. En outre, la comparaison des différentes méthodes (selon les diverses hypothèses de répartition des mouvements migratoires) et le biais qu'elles induisent par rapport à la répartition « réelle » de la migration durant la période ont fait l'objet de plusieurs études (voir en particulier les travaux de Wunsch, 1969, et de Wunsch et Termote, 1978, 210-226). Ces multiples comparaisons étaient devenues nécessaires en raison des interprétations parfois biaisées qui ressortaient de l'analyse de résultats obtenus à partir de ces méthodes d'estimation de la migration nette. Par exemple, la méthode de la « moyenne » a parfois été interprétée comme une méthode répondant à l'hypothèse de répartition *uniforme* de la migration, alors que ce n'est pas le cas, du moins théoriquement.

Ainsi, certains auteurs ont tenté de cerner, justement, le biais exact induit par les différentes méthodes par rapport à l'hypothèse de répartition uniforme de la migration (voir Wunsch et Termote, 1978, 214-219) ². Cependant, personne, à notre connaissance, n'a évalué de façon précise la valeur de la migration nette que l'on obtiendrait en supposant une répartition réellement uniforme de la migration durant la période. Par exemple, nous allons montrer ici que les résultats obtenus par Wunsch et Termote (et repris par Courgeau) sous l'hypothèse de la répartition uniforme correspondent, en réalité, à une autre hypothèse. Par la suite, nous verrons de quelle façon on peut estimer cette valeur de la migration nette sous l'hypothèse de la répartition uniforme ³.

¹ Pour des descriptions et des discussions détaillées concernant l'utilisation de ces méthodes, le lecteur pourra se référer aux ouvrages cités à la fin de cette note de recherche.

² Wunsch et Termote (1978, 217) proposent également des facteurs de correction à apporter aux résultats obtenus à partir des méthodes « vers l'avant » (« forward method »), « vers l'arrière » (« reverse ») et « moyenne » (« average »), par rapport à une concentration de la migration au premier quart de la période, ainsi qu'au troisième quart de la période.

³ Nous ferons l'hypothèse, ici (comme dans les cas précédents), que les migrants sont soumis à la même mortalité que les non-migrants. De plus, nous supposerons que la mortalité, à l'intérieur d'un groupe d'âge donné, demeure constante pour toute la période. On pourra évidemment envisager le même genre de démonstration avec des hypothèses différentes; voir, à ce sujet, Wunsch et Termote (1978, 214-216 et 220).

DES RÉPARTITIONS NON UNIFORMES DE LA MIGRATION

Supposons que l'on décide d'estimer la migration nette, dans une population donnée au cours d'une période se situant entre t et $t+a$, pour les individus d'âge x au temps t . Posons :

P_x^t = population d'âge x révolu observée en début de période (au temps t)

P_{x+a}^{t+a} = population d'âge $x+a$ révolu observée en fin de période (au temps $t+a$)

${}_ap_x$ = probabilité perspective de survivre de x à $x+a$ (du début jusqu'à la fin de la période)

En appliquant la méthode de projection vers l'*avant*, on a :

$$P_{x+a}^{t+a} = P_x^t {}_ap_x + Mn_1 \quad \rightarrow \quad Mn_1 = P_{x+a}^{t+a} - P_x^t {}_ap_x$$

où Mn_1 (on laisse tomber, ici, les indices d'âge) correspond à la migration nette estimée en supposant que toute la migration (entrées et sorties) a lieu en *fin* de période.

En appliquant la méthode de projection vers l'*arrière*, on a :

$$P_{x+a}^{t+a} = (P_x^t + Mn_2) {}_ap_x \quad \rightarrow \quad Mn_2 = (P_{x+a}^{t+a} / {}_ap_x) - P_x^t = Mn_1 / {}_ap_x$$

où Mn_2 correspond à la migration nette estimée en supposant que toute la migration a lieu en *début* de période (à noter que Mn_1 est toujours inférieur ou égal à Mn_2).

En faisant la *moyenne* des valeurs obtenues à partir des deux méthodes précédentes, on obtient :

$$\left(\frac{1}{2}\right) (Mn_1 + Mn_2) = \left(\frac{1}{2}\right) (Mn_1 + Mn_1 / {}_ap_x) = [Mn_1 (1 + {}_ap_x)] / 2 {}_ap_x$$

Supposons maintenant que la *moitié* de la migration a lieu en début de période et que l'autre moitié a lieu en fin de période. On a alors :

$$P_{x+a}^{t+a} = (P_x^t + \left(\frac{1}{2}\right) Mn_3) {}_ap_x + \left(\frac{1}{2}\right) Mn_3$$

$$= P_x^t {}_ap_x + \left(\frac{1}{2}\right) Mn_3 (1 + {}_ap_x)$$

$$\rightarrow Mn_3 = (P_{x+a}^{t+a} - P_x^t {}_ap_x) / \left(\frac{1}{2}\right) (1 + {}_ap_x) = Mn_1 / \left(\frac{1}{2}\right) (1 + {}_ap_x)$$

ce qui correspond au résultat obtenu par Wunsch et Termote lorsqu'ils ont établi la valeur du facteur correctif à appliquer à

la valeur de Mn_1 par rapport à l'hypothèse de répartition uniforme ¹. Or, il ne s'agit pas ici d'une répartition uniforme de la migration, mais plutôt d'une répartition «moitié-moitié» (une moitié en début de période, l'autre moitié en fin de période), ce qui n'est pas la même chose. On constate également que la valeur de Mn_3 est différente de celle qu'on obtient en faisant la moyenne des résultats des deux premières méthodes.

Qu'arrive-t-il si l'on suppose, maintenant, que *toute* la migration a lieu au *milieu* de la période ? On a alors :

$$P_{x+a}^{t+a} = (P_x^t \cdot a p_x^{1/2} + Mn_4) \cdot a p_x^{1/2} \quad \text{(on fait survivre les individus jusqu'au milieu de la période, puis du milieu jusqu'à la fin de la période)}$$

$$= P_x^t \cdot a p_x + Mn_4 \cdot a p_x^{1/2}$$

$$\rightarrow Mn_4 = (P_{x+a}^{t+a} - P_x^t \cdot a p_x) / a p_x^{1/2} = Mn_1 / a p_x^{1/2}$$

cette valeur ² étant, comme on peut le voir, différente des deux dernières («moitié-moitié» et «moyenne»).

On constate donc que la valeur de la migration nette estimée varie en fonction de l'hypothèse de répartition de la migration durant la période, et que cette valeur se situe toujours entre les deux valeurs «extrêmes» obtenues à partir de l'hypothèse où toute la migration a lieu en *fin* de période (sous-estimation de la valeur absolue de la migration nette) et de celle où toute la migration a lieu en *début* de période (surestimation de la valeur absolue de la migration nette). Il s'agit maintenant de trouver à quoi correspond la valeur de la migration nette obtenue sous l'hypothèse d'une répartition uniforme de la migration au cours de la période.

¹ Le facteur correctif de Wunsch et Termote (1978, 217) est exprimé plutôt en termes de quotient de mortalité (q), ce qui revient au même :

$$1/[1 - \frac{1}{2}q] = 1/[1 - \frac{1}{2}(1-p)] = 1/[1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}p] = 1/[\frac{1}{2}(1+p)].$$

² Ce résultat suppose, ici, qu'on ne connaît pas les probabilités de survie pour les intervalles se situant à l'intérieur de $(x, x+a)$. Dans le cas contraire, on peut alors remplacer la valeur de $a p_x^{1/2}$ par les valeurs de $a/2 p_x$ et $a/2 p_{x+a/2}$. On obtient alors une valeur de Mn_4 égale à :

$$(P_{x+a}^{t+a} - P_x^t \cdot a p_x) / a/2 p_{x+a/2}.$$

VERS UNE RÉPARTITION UNIFORME DE LA MIGRATION

Les valeurs que nous avons obtenues précédemment en distribuant un peu plus «équitablement» la migration («moitié-moitié» ou toute la migration au milieu de la période) constituent sans doute des valeurs approchées de la valeur «réelle» de la migration nette; elles n'en demeurent pas moins, toutefois, des estimations de cette valeur réelle, puisqu'elles contiennent toutes les deux des hypothèses de concentration de la migration en des points précis de la période d'application. On peut alors penser qu'en distribuant davantage (encore plus «équitablement») cette migration, on se rapprochera d'autant plus de l'hypothèse de répartition uniforme.

Supposons, par exemple, que l'on fait l'hypothèse qu'un tiers de la migration a lieu en début de période, qu'un autre tiers a lieu au milieu de la période et qu'un dernier tiers a lieu en fin de période. On a alors :

$$P_{x+a}^{t+a} = [(P_x^t + (\frac{1}{3}) Mn_5) {}_a p_x^{1/2} + (\frac{1}{3}) Mn_5] {}_a p_x^{1/2} + (\frac{1}{3}) Mn_5$$

$$= P_x^t {}_a p_x + (\frac{1}{3}) Mn_5 ({}_a p_x + {}_a p_x^{1/2} + 1)$$

$$\rightarrow Mn_5 = (P_{x+a}^{t+a} - P_x^t {}_a p_x) / (\frac{1}{3}) (1 + {}_a p_x + {}_a p_x^{1/2})$$

$$= Mn_1 / (\frac{1}{3}) (1 + {}_a p_x + {}_a p_x^{1/2})$$

Si on veut répartir la migration d'une façon encore plus fine, l'étape suivante consisterait à faire l'hypothèse qu'un quart de la migration a lieu en début de période, qu'un deuxième quart a lieu au tiers de la période, qu'un troisième quart a lieu aux deux tiers de la période et qu'un dernier quart a lieu à la fin de la période. On a alors :

$$P_{x+a}^{t+a} = [((P_x^t + (\frac{1}{4}) Mn_6) {}_a p_x^{1/3} + (\frac{1}{4}) Mn_6) {}_a p_x^{1/3} + (\frac{1}{4}) Mn_6] {}_a p_x^{1/3} + (\frac{1}{4}) Mn_6$$

(on fait survivre les individus du début jusqu'au premier tiers de la période, puis du premier tiers jusqu'au second tiers, puis du second tiers jusqu'à la fin de la période)

$$= P_x^t {}_a p_x + (\frac{1}{4}) Mn_6 ({}_a p_x + {}_a p_x^{2/3} + {}_a p_x^{1/3} + 1)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow Mn_6 &= (P_{x+a}^{t+a} - P_x^t \cdot a p_x) / \left(\frac{1}{4}\right) (1 + a p_x + a p_x^{1/3} + a p_x^{2/3}) \\ &= Mn_1 / \left(\frac{1}{4}\right) (1 + a p_x + a p_x^{1/3} + a p_x^{2/3}) \end{aligned}$$

En continuant de cette façon, on peut faire ressortir, au dénominateur de la valeur de la migration nette, un terme général que l'on peut décrire de la façon suivante (on laissera tomber, ici, les indices a et x) :

lorsque $r = 2$ ($\frac{1}{2}$ de la migration en début de période et $\frac{1}{2}$ en fin de période), on a, au dénominateur : $\left(\frac{1}{2}\right) (1 + p)$;

lorsque $r = 3$ ($\frac{1}{3}$ de la migration en début de période, $\frac{1}{3}$ au milieu de la période et $\frac{1}{3}$ en fin de période, on a : $\left(\frac{1}{3}\right) (1 + p^{1/2} + p)$;

lorsque $r = 4$ ($\frac{1}{4}$ de la migration en début de période, $\frac{1}{4}$ au tiers de la période, $\frac{1}{4}$ aux deux tiers de la période et $\frac{1}{4}$ en fin de période), on a : $\left(\frac{1}{4}\right) (1 + p^{1/3} + p^{2/3} + p)$;

de façon générale, on aura finalement :

$$\begin{aligned} &(1/r) (1 + p^{1/r-1} + p^{2/r-1} + p^{3/r-1} + \dots + p^{r-1/r-1}) \\ &= (1/r) \sum_{k=1}^r p^{k-1/r-1} \quad (\text{où } p < 1) \end{aligned}$$

Il s'agit donc, pour tendre vers la répartition uniforme, d'évaluer la limite, lorsque r tend vers l'infini, de cette dernière expression. En développant cette limite, on obtient :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} [1 - p] [r(1 - p^{1/r-1})]^{-1}$$

qui est une forme indéterminée. Or, en développant la limite de la partie droite de cette expression, en passant par la règle de l'Hospital, on obtient : $-1/\ln(p)$. L'expression précédente devient alors égale à :

$$[1 - p] [-1/\ln(p)] = (p - 1)/\ln(p)$$

On a donc :

$$Mn_* = (P_{x+a}^{t+a} - P_x^t \cdot a p_x) / (a p_x - 1) / \ln(a p_x) = Mn_1 \ln(a p_x) / (a p_x - 1)$$

qui correspond à la valeur de la migration nette obtenue sous l'hypothèse d'une répartition uniforme de la migration durant la période.

Il est bien évident qu'en pratique, la valeur de Mn_* risque d'être assez proche de celles qu'on obtient par la méthode « moitié-moitié » ou par la méthode où l'on suppose que toute la migration a lieu au milieu de la période, surtout si l'ampleur de la migration nette et la mortalité considérées sont faibles (voir le tableau ci-dessous). Néanmoins, il est tout aussi évident qu'à partir du moment où l'on connaît les valeurs de P_{x+a}^{t+a} , P_x^t et ${}_ap_x$, on peut calculer aussi facilement la valeur de Mn_* que celle de toute autre estimation décrite ci-dessus.

Facteur multiplicatif à appliquer à la valeur de Mn_1 , selon quelques hypothèses de répartition de la migration et quelques valeurs de ${}_ap_x$

${}_ap_x$	Mn_1	Mn_2	Mn_3	Mn_4	Mn_5	Mn_6	Mn_*
0,0500	1,0000	20,0000	1,9048	4,4721	2,3555	2,5738	3,1534
0,1000	1,0000	10,0000	1,8182	3,1623	2,1183	2,2477	2,5584
0,1500	1,0000	6,6667	1,7391	2,5820	1,9515	2,0370	2,2319
0,2000	1,0000	5,0000	1,6667	2,2361	1,8213	1,8808	2,0118
0,2500	1,0000	4,0000	1,6000	2,0000	1,7143	1,7568	1,8484
0,3000	1,0000	3,3333	1,5385	1,8257	1,6236	1,6546	1,7200
0,3500	1,0000	2,8571	1,4815	1,6903	1,5451	1,5678	1,6151
0,4000	1,0000	2,5000	1,4286	1,5811	1,4760	1,4927	1,5272
0,4500	1,0000	2,2222	1,3793	1,4907	1,4145	1,4268	1,4518
0,5000	1,0000	2,0000	1,3333	1,4142	1,3592	1,3681	1,3863
0,5500	1,0000	1,8182	1,2903	1,3484	1,3091	1,3155	1,3285
0,6000	1,0000	1,6667	1,2500	1,2910	1,2634	1,2679	1,2771
0,6500	1,0000	1,5385	1,2121	1,2403	1,2214	1,2245	1,2308
0,7000	1,0000	1,4286	1,1765	1,1952	1,1827	1,1847	1,1889
0,7500	1,0000	1,3333	1,1429	1,1547	1,1468	1,1481	1,1507
0,8000	1,0000	1,2500	1,1111	1,1180	1,1134	1,1142	1,1157
0,8500	1,0000	1,1765	1,0811	1,0847	1,0823	1,0827	1,0835
0,9000	1,0000	1,1111	1,0526	1,0541	1,0531	1,0533	1,0536
0,9500	1,0000	1,0526	1,0256	1,0260	1,0258	1,0258	1,0259

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- COURGEAU, Daniel, 1980. *Analyse quantitative des migrations humaines*. Paris, Masson, 225 p.
- COURGEAU, Daniel, 1988. *Méthodes de mesure de la mobilité spatiale*. Paris, Institut national d'études démographiques, 301 p.
- HAMILTON, C. Horace, 1965. «Practical and Mathematical Considerations in the Formulation and Selection of Migration Rates». *Demography*, 2, 429-443.
- NATIONS-UNIES, 1971. *Méthodes de mesure de la migration interne*. Manuel VI, New York, 85 p.
- SHRYOCK, Henry S. et Jacob S. SIEGEL, 1976. *The Methods and Materials of Demography*. New York, Academic Press, 577 p.
- SIEGEL, Jacob S. et C. Horace HAMILTON, 1952. «Some Considerations in the Use of the Residual Method of Estimating Net Migration». *Journal of the American Statistical Association*, 47, 475-500.
- WUNSCH, Guillaume, 1969. «Le calcul des soldes migratoires par la méthode de la "population attendue". Caractéristiques et évaluation des biais». *Population et famille*, 18, 49-62.
- WUNSCH, Guillaume et Marc TERMOTE, 1978. *Introduction to Demographic Analysis*. New York, Plenum Press, 274 p.

RÉSUMÉ — SUMMARY — RESUMEN

TREMBLAY Marc — QUELQUES DÉVELOPPEMENTS DANS L'APPLICATION DE LA MÉTHODE DES PROBABILITÉS DE SURVIE POUR L'ESTIMATION DE LA MIGRATION NETTE

Les méthodes basées sur les probabilités de survie sont fréquemment utilisées pour estimer l'ampleur de la migration nette selon l'âge, pour une période donnée, et les biais introduits par ces diverses méthodes ont été discutés par plusieurs auteurs. Cette note de recherche montre que les résultats obtenus à cet égard par Wunsch et Termote (et repris par Courgeau) sous l'hypothèse d'une répartition temporelle uniforme des flux de migration valent en réalité pour une autre hypothèse.

TREMBLAY Marc — SOME DEVELOPMENTS IN APPLYING THE PROBABILITY OF SURVIVAL METHOD IN ESTIMATING NET MIGRATION

Methods based on survival probabilities are often used for estimating net migration by age over a given period, and the bias introduced by these methods have been discussed by many authors. This note shows that the results obtained in this respect by Wunsch and Termote (and used by Courgeau as well) under the hypothesis of an even distribution of migrants over the period, are actually valid for another assumption.

TREMBLAY Marc — ALGUNOS DESARROLLOS EN LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LAS PROBABILIDADES DE SUPERVIVENCIA PARA LA ESTIMACIÓN DE MIGRACIÓN NETA.

Los métodos basados sobre las probabilidades de supervivencia son muchas veces utilizados para estimar la amplitud de la migración neta según la edad, por un período dado, y los cauces introducidos por estos diversos métodos han sido discutidos por muchos autores. Esta breve investigación muestra que los resultados logrados al respecto por Wunsch y Termote (y también tratado por Courgeau) con la hipótesis de una repartición temporal uniforme de los flujos de migración valen en realidad para otra hipótesis.