

## Bulletin de l'Association des démographes du Québec



# Le processus de translation comme méthode d'analyse et de projection de la fécondité au Canada

Diane Vanasse-Duhamel

Volume 2, Number 1, Special, 1973

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/305731ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/305731ar>

[See table of contents](#)

### Publisher(s)

Association des démographes du Québec

### ISSN

0380-1713 (print)

1925-3478 (digital)

[Explore this journal](#)

### Cite this article

Vanasse-Duhamel, D. (1973). Le processus de translation comme méthode d'analyse et de projection de la fécondité au Canada. *Bulletin de l'Association des démographes du Québec*, 2(1), 82–98. <https://doi.org/10.7202/305731ar>

# LE PROCESSUS DE TRANSLATION COMME MÉTHODE D'ANALYSE ET DE PROJECTION DE LA FÉCONDITÉ AU CANADA

Diane Vanasse-Duhamel,  
Division du recensement, Statistique Canada, Ottawa

## 1. GÉNÉRALITÉS

Norman B. Ryder, un des démographes nord-américains les plus célèbres de sa génération, est en grande partie responsable du développement de la démographie formelle, c. à d. de l'étude des relations entre variables démographiques. Il est le premier à ma connaissance à avoir employé le terme 'translation' dans le sens que la démographie lui donne aujourd'hui, de procédé de passage entre indices transversaux et longitudinaux.

Ryder s'est intéressé, tout au long de sa carrière, aux relations entre l'intensité et le calendrier des phénomènes démographiques et aux effets que ces relations ont sur le niveau observé du phénomène pour une année donnée. L'analyse longitudinale s'intéresse aux phénomènes démographiques qui arrivent à l'ensemble des personnes ayant subi en même temps un événement démographique précédent; l'analyse transversale elle, s'intéresse aux phénomènes démographiques qui surviennent dans un même laps de temps, indépendamment de l'événement précédent. Le processus de translation développé par Ryder permet d'échapper au dilemme posé par l'utilisation, soit de données longitudinales incomplètes, soit de données transversales déformées, en fournissant des moyens de communication entre les deux types de données. Les formules qu'il a mis au point sont des expressions synthétiques de l'histoire des cohortes réelles ou fictives. L'introduction de la variabilité des comportements permet l'élargissement des modèles classiques qui considéraient la fécondité comme invariable. On trouve chez Henry et chez Pressat ce même souci d'analyser la mesure du moment par rapport aux générations qui la déterminent. L'avantage de la formulation de Ryder est qu'il établit la comparaison entre la génération qui atteint son âge moyen l'année de l'indice synthétique et cette même année. Quand on travaille sur des générations dont la fécondité est encore incomplète, ce procédé a l'avantage de réduire la part d'estimation, puisque la

génération en cause a déjà au moins dix ans de vie féconde qui nous est connue. De plus, la démonstration des formules est bien développée chez Ryder et il a effectué plusieurs essais pratiques.

Norman Ryder a constamment affirmé, que les mesures du moment, mêmes les plus sophistiquées, ne sont pas un substitut valable aux données par génération. Ces mesures subissent toujours un effet de distorsion qui peut fausser largement les conclusions d'une analyse transversale. Dans sa thèse de doctorat en 1951, Ryder a montré que l'indice synthétique s'est avéré incapable de marquer le début de la limitation des naissances en Suède; au cours de la période 1840-1880, les mesures transversales sont restées quasi-stables tandis que les mesures longitudinales montrent un déclin depuis 1830 environ. Le cas du «baby boom» américain est célèbre. De nombreuses études ont montré qu'il provenait en grande partie d'une modification dans le calendrier de la fécondité, l'accroissement de la descendance ne jouant qu'un rôle secondaire. En général, on peut dire que, si la tendance est à l'abaissement de l'âge moyen, l'intensité du moment va présenter un gonflement dû au chevauchement de la fécondité des générations et cela, quelle que soit la méthode utilisée. Une réduction de la descendance peut être masquée dans les mesures du moment, si on assiste parallèlement à un raccourcissement de calendrier. L'intensité du moment peut également augmenter ou diminuer sans qu'il y ait parallèlement une modification de l'intensité dans les générations.

Nous allons maintenant présenter les formules de Ryder, en essayant de montrer la logique mathématique qui a présidé à leur élaboration. Nous présenterons ensuite les séries chronologiques sur la fécondité canadienne ainsi que les opérations de contrôle et de paramétrisation que nous leur avons fait subir. Finalement, nous ferons une analyse des résultats de l'application des formules, en démontrant leur utilité pour la projection de la fécondité des générations.

## 2. LE CADRE MATHÉMATIQUE: FORMULES DE TRANSLATION ET HYPOTHÈSES SIMPLIFICATRICES

Au point de vue mathématique, le modèle repose sur la formule de développement en série de Taylor. Cette formule permet de calculer la valeur  $x$  prise par une fonction, dès que l'on connaît pour une autre valeur,  $T$  par exemple, les paramètres de cette même fonction et ses dérivées successives.

Nous appliquons le modèle aux taux de fécondité générale par âge. Il est applicable cependant à bien d'autres mesures de la fécondité; taux par rang de naissance, taux légitime ou selon la promotion de mariage, probabilité d'agrandissement. Ryder le conçoit même comme un outil théorique important pour l'étude des composantes de l'évolution démographique générale.

### 2.1 DÉFINITION DES PARAMÈTRES ET TERMINOLOGIE

— $T$  mesure le temps, l'année de naissance de la génération habituellement,  
 —les lettres majuscules,  $B, U, M$ , identifient les paramètres des années de calendrier, i.e. les mesures transversales; les lettres grecques identifient les paramètres des générations,  $\beta, \mu, \delta, \gamma$ .

— $r$  identifie l'ordre du moment de la distribution,

—définition générale des moments en termes absolus:  $\beta(r, T) = \sum x^r b_x(T)$

où  $b_x$  = taux de fécondité et  $x$  = l'âge, la sommation s'effectue pour l'ensemble de la période de reproduction, quand ses limites ne sont pas autrement indiquées,

—par exemple,  $\beta(0, T)$  = moment d'ordre 0, i.e. descendance finale de la génération au temps  $T$ .

$$u_r(T) = \frac{\beta(r, T)}{\beta(0, T)} \quad \text{: définition des moments en termes relatifs,}$$

par exemple,  $u_1$  âge moyen,  $\gamma = u_2 - u_1^2$  = variance de la distribution

—le signe ' indique la variation d'une année à l'autre et, plus précisément, de la génération  $T+1$  à la génération  $T$ , par exemple,  $u_1'(T) = u_1(T+1) - u_1(T)$

—dans les formules générales, l'ordre de la dérivée est indiquée par un indice entre parenthèses.

### 2.2 FORMULES DE TYPE I

Si l'on dispose d'une série chronologique de taux de fécondité à l'âge  $x$  pour  $n+1$  générations, on peut représenter cette série sous la forme d'un polynôme de degré  $n$  en  $T$ ,  $T$  désignant la génération:

$$b_x(T) = c_0 + c_1 T + c_2 T^2 + \dots + c_n T^n \quad (1)$$

On peut représenter chaque âge par un polynôme de ce type. Si on connaît les valeurs du polynôme pour la génération  $T$ , on peut les connaître également pour la génération  $T-x$ , selon la formule de Taylor évoquée précédemment:

$$b_x(T-x) = b_x(T) - x b_x'(T) + \frac{x^2}{2} b_x''(T) \dots + (-1)^n \frac{x^n}{n!} b_x^{(n)}(T) \quad (2)$$

de la même façon pour la génération  $T + u_1$

$$b_x(T + u_1) = b_x(T) + u_1 b_x'(T) + \frac{u_1^2}{2} b_x''(T) \dots + \frac{u_1^n}{n!} b_x^{(n)}(T) \quad (3)$$

Etablissons maintenant des relations entre les indices de génération et les indices du moment: soit  $B(r, T)$  le  $r$  ième moment de la distribution en transversal, correspondant au moment où la génération  $T$  est d'âge 0. Ce  $B(r, T)$  peut s'exprimer, en termes des générations

qui participent à sa formation, comme la somme des taux de fécondité à chaque âge propre à chaque génération :

$$B(r, T) = \sum x^r b_x(T-x) \quad (4)$$

En remplaçant l'expression à droite par l'expression (2) et en simplifiant, on obtient :

$$B(r, T) = \sum_{i=0}^N \frac{(-1)^i}{i!} \beta^{(i)}(r+i, T) \quad (5)$$

### 2.2.1 Translation de la descendance finale

L'expression (5) est très générale. Elle exprime une relation entre le moment du transversal et les moments de la génération correspondante. En théorie, cette formule s'applique à toutes les formes de polynômes, quelque soit leur degré. Cependant, elle devient vite impraticable à cause de l'instabilité des moments d'ordre élevé, surtout quand les données de base sont entachées d'irrégularités dues aux mauvaises déclarations d'âge ou aux défauts du système d'enregistrement des données. Ryder va donc utiliser des hypothèses simplificatrices. Supposons que les fonctions représentant chaque âge soient des droites. Les taux de fécondité évoluent linéairement d'une génération à l'autre et on peut simplifier grandement l'expression (5) car dans des conditions de linéarité, les dérivées d'ordre supérieur à 1 n'existent plus. Pour le moment d'ordre 0 l'expression devient :

$$B(0, T) = \beta(0, T) - \beta'(1, T) \quad (6)$$

Cette formule s'applique à la période correspondant à l'année de naissance de la génération. On peut transformer la formule pour qu'elle s'applique à la période où la génération atteint son âge moyen, en utilisant la formule de Taylor :

$$B(0, T + u_1) = \beta(0, T) \cdot (1 - u_1'(T)) \quad (7)$$

L'hypothèse que les taux de fécondité évoluent linéairement entraîne, soit une descendance à évolution linéaire et un calendrier fixe, soit une descendance fixe et un calendrier à évolution linéaire.

La formule (7) devient dans le premier cas :

$$B(0, T + u_1) = \beta(0, T) \quad (8)$$

Ainsi donc l'indice synthétique est égal à la descendance de la génération qui atteint son âge moyen l'année de l'indice synthétique. C'est une des bonnes raisons que Ryder a de comparer longitudinal et transversal à ce moment précis. C'est ce que nous appellerons désormais le modèle A. Dans le second cas, la formule (7) devient :

$$B(0, T + u_1) = \beta(0) \cdot (1 - u_1'(T)) \quad (9)$$

Cette dernière formule est une démonstration de la tendance qu'aura l'indice synthétique à dépasser la descendance finale dans la mesure où l'âge moyen diminuera d'une génération à l'autre. C'est ce que nous appellerons le modèle B.

### 2.2.2 Translation de l'âge moyen à l'accouchement

A partir de l'expression générale (5) il est possible d'opérer la translation des autres moments de la distribution, l'âge moyen à l'accouchement par exemple. Par définition,  $M_{\dots}(T)$  est en effet égal à

$$\frac{B(1, T)}{B(0, T)}$$

$$B(1,T) = \beta(1,T) - \beta'(2,T) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{or } \beta(1,T) &= \beta(0,T) \cdot u_1(T), \\ \beta'(2,T) &= \beta(2,T+1) - \beta(2,T), \\ \beta(2,T+1) &= u_2(T+1) \cdot \beta(0,T+1), \\ \beta(2,T) &= u_2(T) \cdot \beta(0,T); \end{aligned}$$

cela entraîne que:

$$B(1,T) = \beta(0,T) \cdot u_1(T) - \beta(0,T+1) \cdot u_2(T+1) + \beta(0,T) \cdot u_2(T) \quad (11)$$

Le modèle A suppose que le calendrier est fixe et la descendance linéaire. Ces hypothèses entraînent certaines simplifications de l'expression (11) car:

$$\begin{aligned} \beta(0,T+1) - \beta(0,T) &= \beta'(0,T), \\ u_2(T+1) &= u_2(T+u_1) = u_2(T). \end{aligned}$$

Suivant la définition de l'âge moyen et en utilisant la formule établie précédemment pour la translation de la descendance finale:

$$M_1(T) = \frac{B(1,T)}{B(0,T)} = \frac{\beta(0,T) \cdot u_1(T) - \beta'(0,T) \cdot u_2(T)}{\beta(0,T) - \beta'(1,T)} \quad (12)$$

De la même façon que pour la descendance finale, il nous faut maintenant transformer la formule pour qu'elle s'applique au moment où la génération atteint son âge moyen:

$$M_1(T+u_1) = \frac{\beta(0,T+u_1) \cdot u_1(T+u_1) - \beta'(0,T+u_1) \cdot u_2(T+u_1)}{\beta(0,T)}$$

Selon la formule de Taylor et les hypothèses du modèle A:

$$\begin{aligned} \beta(0,T+u_1) &= \beta(0,T) + u_1 \cdot \beta'(0,T), \\ \beta'(0,T+u_1) &= \beta'(0,T), \quad \beta(0,T+u_1) = \beta(0,T); \end{aligned}$$

nous obtenons finalement,

$$M_1(T+u_1) = u_1(T) - \mathcal{J} \gamma \quad (13)$$

$$\text{car } \gamma = u_2 - u_1^2 \quad \text{et } \mathcal{J} = \frac{\beta'(0,T)}{\beta(0,T)}$$

Appliquons maintenant les hypothèses du modèle B, soit descendance fixe et calendrier à évolution linéaire, à l'expression générale (11).

On peut simplifier car  $\beta(0, i+1) = \beta(0, T)$  et  $u_2(T+1) - u_2(T) = u_2'(T)$

$$M_1(T) = \frac{B(1, T)}{B(0, T)} = \frac{\beta(0, T) \cdot (u_1(T) - u_2'(T))}{\beta(0, T) - \beta'(1, T)} \quad (14)$$

En opérant le passage à l'année  $T + u_1$ ,

$$M_1(T + u_1) = \frac{u_1(T) + u_1(T) \cdot u_1'(T) - u_2'(T)}{1 - u_1'(T)} \quad (15)$$

Ryder a publié seulement la formule de translation de la moyenne du modèle A, cf. (13). Selon lui en effet, ce sont les modifications subies par la descendance finale qui entraînent la distorsion de l'âge moyen. Afin de vérifier cette affirmation, nous avons mis au point les formules des modèles B et C. Elles sont très lourdes à manipuler et sans l'aide de l'ordinateur, il nous aurait été quasiment impossible de les expérimenter.

## 2.3 LES FORMULES DE TYPE II

### 2.3.1 Translation de la descendance finale

On a vu que les formules de type I supposent que soit le calendrier, soit la descendance finale soient fixes. Pour arriver à faire varier les deux en même temps, Ryder met au point une stratégie un peu différente. Il pose que  $b_x(T) = \beta(0, T) \cdot p_x(T)$ .

Le taux de fécondité à l'âge x est maintenant vu comme une proportion de la descendance finale. Cela entraîne que  $\sum x^r p_x(T) = u_r(T)$  et  $\sum p = 1$ .

En suivant le même principe de développement mathématique qu'au type I, Ryder arrive à une expression générale:

$$B(0, T) = \sum_{i=c}^N \left\{ \frac{\beta^{(i)}(0, T)}{i!} \cdot \sum_{j=c}^{N-i} \left[ \frac{(-1)^{i+j}}{j!} \cdot u_{i+j}^{(j)}(T) \right] \right\} \quad (16)$$

Faisons maintenant l'hypothèse que les proportions  $p_x(T)$  de même que la descendance finale  $\beta(0, T)$  évoluent de façon linéaire. C'est ce que nous appelons le modèle C. La fonction  $b_x(t)$  est maintenant quadrique mais  $\beta(0, T)$ ,  $u_1(T)$  et  $u_2(T)$  évoluent toujours de façon linéaire et leurs dérivées supérieures à 1 n'existent pas. La formule (16) devient alors:

$$B(0, T) = \beta(0, T) \cdot (1 - u_1'(T)) + (\beta'(0, T) \cdot (u_2'(T) - u_1'(T))) \quad (17)$$

En remplaçant T par  $T + u_1$  dans l'équation précédente et en simplifiant:

$$B(0, T + u_1) = \beta(0, T) \cdot (1 - u_1' + \delta \cdot \gamma') \quad (18)$$

où  $\gamma$  est la variance et  $\delta$  le changement proportionnel dans la descendance finale. Pour que la formule fonctionne, on a déterminé que

$$\gamma' = \frac{\gamma(T+1) - \gamma(T-1)}{2}$$

### 2.3.2 Translation de l'âge moyen à l'accouchement

L'expression générale (16) devient, pour le moment d'ordre 1 de la distribution:

$$B(1, T) = \sum_{i=0}^N \left\{ \frac{\beta^{(i)}(0, T)}{i!} \cdot \sum_{j=0}^{n-i} \left[ \frac{(-1)^{i+j}}{j!} \cdot u_{i+j+r}^{(j)}(T) \right] \right\} \quad (19)$$

Avec les hypothèses du modèle C, l'expression précédente devient:

$$B(1, T) = \beta(0, T) \cdot (u_1(T) - u_2'(T)) - \beta'(0, T) \cdot (u_2(T) - u_3'(T)) \quad (20)$$

En opérant le passage vers l'année  $T + u_1$ , les égalités suivantes sont utilisées:

$$\begin{aligned} \beta(0, T + u_1) &= \beta(0, T) \cdot (1 - u_1' + \delta \cdot \gamma^i), \\ \beta'(0, T + u_1) &= \beta'(0, T) + u_1 \cdot \beta''(0, T), \\ u_1(T + u_1) &= u_1(T) + u_1(T) \cdot u_1'(T), \\ u_2(T + u_1) &= u_2(T) + u_1(T) \cdot u_2'(T), \\ u_2'(T + u_1) &= u_2'(T), \quad \beta'(0, T + u_1) = \beta'(0, T), \\ u_3'(T) &= u_3'(T + u_1); \end{aligned}$$

Nous obtenons finalement:

$$M_1(T + u_1) = \frac{u_1 \left( 1 + u_1' - \frac{u_2'}{u_1} + \delta \cdot \left( u_1 \cdot u_1' - 2u_2' + \frac{u_3' - \gamma}{u_1} \right) \right)}{1 - u_1' + \delta \gamma^i}$$

Ryder présente également des formules de translation de la variance. Dans le cadre de ce travail, elles ne nous ont pas semblé utiles.

## 3. DONNÉES SUR LA FÉCONDITÉ CANADIENNE

### 3.1 CRITIQUE DES SOURCES

Il nous faut maintenant appliquer les formules de Ryder aux données canadiennes, en espérant qu'elles nous éclaireront sur l'histoire de la fécondité en ce pays. Nous devons d'abord constituer les séries chronologiques des taux de fécondité par âge. Le graphique no. 1 nous montre les

descendances finales obtenues par Henripin et par Statistique Canada, à l'aide des mêmes données de base, soit les naissances selon l'âge de la mère telles qu'enregistrées par l'état civil. On voit que les descendances calculées par Henripin évoluent de façon régulière. Pour les années de recensement, Henripin divise les naissances par la population féminine telle que recensée par année d'âge. Pour les autres années, il interpole les taux individuels à partir des groupes d'âges de cinq ans, en se basant sur la distribution obtenue pour les an-

nées de recensement. Le mode de calcul de Statistique Canada est différent. Pour chaque année de calendrier, les naissances sont divisées par la population féminine par année d'âge, telle que lissée à partir des groupes d'âges quinquennaux obtenus soit du recensement, soit par estimation. Il s'agit donc ici de deux sources différentes de données pour la formation du taux. L'effet des fausses déclarations d'âges pourrait donc être important. Si les sources de données étaient du même genre on pourrait faire l'hypothèse qu'il y a annulation, les naissances et la population étant faussées dans le même sens, et que le taux qui en résulte est à peu près conforme au taux réel. Or, à cause de l'opération de lissage de la population féminine, cette compensation ne se produit pas et les taux à trente ans par exemple sont systématiquement surestimés. L'effet des fausses déclarations d'âges ne saurait expliquer la grande différence de descendance entre les générations 18/19 et 19/20. Une autre cause d'erreur intervient, celle de la différence d'effectifs. La génération 18/19 est en effet une classe creuse de la guerre 14/19, tandis que la génération 19/20 appartient aux classes de récupération de l'après-guerre. Le lissage opéré à partir des groupes d'âges ne respecte pas ces écarts brusques d'une génération à l'autre. Pour les classes creuses, 15/16 à 18/19, le lissage gonfle les effectifs et fait donc diminuer les taux. Le phénomène inverse se produit dans le cas des générations nombreuses des années de récupération, 19/20 à 21/22. La méthode de Henripin a l'avantage de mettre ensemble deux sources non lissées: les naissances telles qu'enregistrées et la population féminine telle que recensée. S'il y a écarts brusques d'effectifs ou mauvaises déclarations, on peut faire l'hypothèse qu'elles affectent pareillement les deux sources.

Pour les besoins des modèles de translation, les résultats obtenus par Henripin sont de beaucoup préférables car l'évolution des moments de la distribution est plus régulière et nous nous rapprochons plus des conditions de linéarité qui nous sont imposées par le modèle.

### 3.2 ESTIMATION DE LA FÉCONDITÉ DES GÉNÉRATIONS À DESCENDANCE INCOMPLÈTE

Les données de Henripin étaient complétées jusqu'en 1966 seulement. Nous avons donc ajouté les données les plus récentes pour la période 1966/1971, en utilisant la même méthodologie que lui. Afin d'utiliser au maximum les données que les dernières années de calendrier mettent à notre disposition, il nous fallait maintenant estimer la fécondité des générations à descendance incomplète, au moins jusqu'à la génération qui a atteint son âge

moyen en 1971, c. à d. la génération 1947. Nous avons fait cette estimation en 2 temps.

1. extrapolation des taux de fécondité par âge à 39 ans et plus. Sur graphique semi-logarithmique nous avons poursuivi la tendance observée par une ligne droite. Nous faisons ainsi l'hypothèse que la baisse de fécondité observée pour ces âges se poursuivra au même rythme dans l'avenir. Ce procédé nous a permis de compléter la fécondité des générations 1923 à 1933.
2. maintien des taux observés en 1971 pour les générations qui avaient moins de 38 ans en 1971.

L'observation des tendances récentes de la fécondité par âge nous a fait croire que la poursuite des tendances passées était peu prudente pour les plus jeunes générations; le fait par exemple que la fécondité entre 25 et 35 ans ait diminué à un rythme moins rapide, ces dernières années, que la fécondité avant 25 ans. Dans l'incertitude quant au comportement futur à ces âges, nous avons maintenu les taux à leur dernier niveau observé, celui de 1971.

### 3.3 CALCUL DES PARAMÈTRES SIGNIFICATIFS

Pour analyser la fécondité à l'aide des formules de Ryder, il ne nous reste plus qu'à manipuler les données de base, les taux de fécondité, pour en obtenir une représentation synthétique qui satisfasse aux exigences des modèles de Ryder. Un programme informatique très simple en langage PL/I a grandement accéléré le travail. Soit TF, les taux de fécondité par âge individuel, le programme calculera pour chaque génération, la descendance finale, l'âge moyen, la variance, l'écart-type et le coefficient de variation ainsi que les 4 premiers moments de la distribution. Pour chaque âge, il calcule aussi la proportion que cet âge représente par rapport au total ainsi que la descendance atteinte.

## 4. ANALYSE DE LA FÉCONDITÉ CANADIENNE

Le graphique no. 2 montre les moments de la distribution de la fécondité dans les générations. Pour les générations qui avaient au moins 35 ans en 1971, on peut considérer les moments comme à peu près stabilisés; pour les générations plus jeunes, la marge d'erreur de nos estimations pourrait être plus importante. L'intérêt de ce graphique est de montrer les rapports entre intensité et calendrier. Pour les générations anciennes, on peut penser qu'un allongement du calendrier allait de pair avec une diminution de la descendance finale, à cause de la

façon dont le phénomène se produisait. Certaines générations, affectées par une crise économique par exemple, retardaient les naissances; ce retard entraînait presque toujours une diminution de descendance car les naissances différées n'étaient pas toujours récupérées. On voit en effet sur le graphique no. 2 que l'âge moyen évolue d'abord dans le sens contraire à celui de la descendance finale et que le changement de tendance se fait en même temps ou presque. La relation entre intensité et calendrier semble s'atténuer de beaucoup lors du second changement de tendance. La courbe de la descendance finale atteint son maximum avec la génération 1930, les générations postérieures voient baisser leur descendance rapidement. L'âge moyen ne répond qu'avec beaucoup de retard au changement de tendance dans la descendance. Il continue de baisser jusqu'à la génération 1941. Dans ce décalage, on peut trouver une bonne explication du maintien de l'indice synthétique à un niveau artificiellement élevé. Une fois que la descendance finale a commencé à baisser, il lui a fallu près de dix ans pour atteindre le niveau montré par l'indice synthétique. L'inversion se fait en 1967. Or, c'est justement pour les générations qui atteignent leur âge moyen autour de 1967, soient les générations 41 et 42, que l'âge moyen commence à augmenter. Cette coïncidence peut provenir bien sûr de nos estimations de la descendance résiduelle de ces générations dont la fécondité ne nous est connue que jusqu'à 30 ans. Cette coïncidence démontre en tout cas l'importance très grande qu'ont les variations de l'âge moyen à l'accouchement sur la détermination de l'indice synthétique de fécondité. La variance évolue de la même façon que l'âge moyen mais son changement de tendance précède de quelques années celui de l'âge moyen.

#### 4.1 TRANSLATION DE LA DESCENDANCE ET CONFRONTATION AVEC L'INDICE OBSERVÉ

L'indice de distorsion, ainsi appelé parce qu'il veut montrer l'effet du calendrier sur l'indice synthétique, est le rapport entre l'indice synthétique attendu selon le modèle A et l'indice synthétique observé.

Pour bien voir l'effet des variations de l'âge moyen, il suffit d'examiner le graphique no. 4. La surface hachurée dans chaque partie du graphique correspond à l'énorme surestimation de la descendance finale entraînée par des variations rapides dans l'âge moyen des générations. L'indice de distorsion montre bien l'effet des changements dans le calendrier des générations. En période d'allongement du calendrier, 1935-40, l'indice synthétique sous-estime la fécondité des générations partici-

tes; en période de raccourcissement du calendrier, 1945-65, l'inverse se produit. L'image que nous donne l'indice de distorsion est faussée pendant les années charnières, c. à d. celles où la tendance s'inverse, car les générations ne participent pas toutes à la même tendance et il est très délicat à interpréter.

Le modèle A suppose que le calendrier est fixe et que la descendance varie linéairement. A la lumière des moments de la distribution illustrés dans le graphique 2, on voit que cette hypothèse est peu réaliste. Le modèle C, qui fait l'hypothèse d'une variation linéaire et du calendrier et de l'intensité, semblerait plus conforme à la réalité. Au tableau no. 2 on trouvera un échantillon du calcul de l'indice synthétique de fécondité attendu avec ce modèle. Pour établir la correspondance entre les dates des générations et les dates des années de calendrier, nous avons interpolé linéairement les valeurs de  $B(0, T+u_1)$ .

Nous avons utilisé les séries brutes pour calculer l'indice synthétique attendu. Nous aurions pu lisser les paramètres, par la méthode de la moyenne mobile par exemple. Les résultats auraient sans doute représenté une évolution plus régulière, au lieu de coupures parfois assez brusques. Le graphique 3 montre l'indice synthétique attendu selon les divers modèles. On voit que le modèle C se rapproche beaucoup de l'indice synthétique observé. Dans l'ensemble, il est un bien meilleur indicateur de l'indice synthétique réel que le modèle A. Le modèle B suppose une variation linéaire du calendrier et une descendance fixe. Sa formule est bien plus simple que celle de C mais il prédit aussi bien que C. Sur le graphique, les deux courbes se confondent presque. La différence entre les formules de B et C est le facteur  $\sigma^2 \delta^2$ . Si la variation de la variance est relativement importante d'une année à l'autre; par exemple, elle est plus importante que celle de l'âge moyen pour les générations 1910 à 1935; la pondération par la variation relative de la descendance finale réduit de beaucoup son effet dans la formule et on peut considérer ce facteur comme négligeable. Le modèle B parvient aussi bien que le modèle C à estimer l'indice synthétique, en négligeant complètement l'effet des variations de la descendance finale. Cela nous démontre l'effet majeur des variations dans le calendrier de la fécondité sur la détermination du niveau annuel de la fécondité. Cela nous avait déjà paru évident en notant la faible valeur du modèle A qui lui, ne tient compte que des variations de descendance finale.

Il est intéressant de noter que, à partir de 1961, l'indice synthétique attendu est inférieur à l'indice synthétique observé. Cette période comprend justement pour la majeure partie des générations

dont la descendance peut encore varier beaucoup. Le fait que les modèles C et B donnent des résultats qui se maintiennent systématiquement en dessous de la réalité et dont l'écart avec celle-ci s'accroît dans les plus récentes années (l'écart atteint en effet 12% en 1970 alors qu'il n'était que de 6% en 1966) nous fournit des indications précieuses quant à la validité de nos hypothèses sur la fécondité résiduelle de ces générations. Nos hypothèses exagèrent la baisse de descendance finale ou bien sous-estiment le rythme de baisse du calendrier. Or, calendrier et intensité ne sont pas totalement indépendants pour ces générations dont une partie de la descendance nous est déjà connue. Au lieu de garder constants au niveau de 1971 les taux de fécondité avant 38 ans, il faudrait probablement les faire augmenter, ce qui aurait pour effet de gonfler la descendance finale tout en maintenant un âge moyen à l'accouchement plus faible. Autrement dit, la projection de la fécondité des générations à descendance incomplète était trop conservatrice, elle poursuivait simplement les tendances observées dans les taux de fécondité par âge. Cet écart entre indice synthétique observé et indice synthétique attendu peut aussi indiquer que nous sommes dans une période de transition. On sait que les formules sont de mauvais indicateurs lors des modifications de tendance.

#### 4.2 TRANSLATION DE LA MOYENNE ET CONFRONTATION AVEC LES DONNÉES OBSERVÉES

Les formules de translation de la moyenne sont beaucoup plus complexes que celles de la descendance finale. Elles font intervenir des facteurs qui n'ont que peu de signification démographique et leur interprétation est délicate. Le graphique no. 5 montre les résultats des 3 formules. Dans l'ensemble leur valeur prédictive est bien inférieure à celle des formules de translation de la descendance. Pour la période 1940-55 on peut considérer que le modèle A est très satisfaisant. Il se situe autour de la courbe des valeurs observées et on ne remarque pas de biais systématique. La formule A,  $M_1(T + u_1) = u_1 - d\gamma$  est suffisamment simple pour qu'on puisse la décomposer.

D'après A, si la variation de la descendance dans les générations est positive, c. à d. si la descendance finale est en augmentation, l'âge moyen en période sera inférieur à l'âge moyen dans les générations. C'est ce qui se produit pour la période 1940-55 dont les principales générations participantes voient leur descendance augmenter constamment. Le phénomène inverse se produit

lorsque la descendance finale est en diminution comme dans les générations récentes.

Le modèle A est toujours meilleur que B et C, sauf de 1956 à 1962. Ce résultat confirme l'affirmation de Ryder selon laquelle l'âge moyen en période est influencé principalement par les variations de la descendance finale.

«In general, these formulae document the assertion the writer has made at various times that the period mean is a distorted version of the cohort mean because of temporal variations in the cohort sum, just as the period sum is a distorted version of the cohort sum, because of temporal variations in the cohort mean!.»

Dans la section précédente, nous avons déjà démontré la supériorité du modèle B pour la prédiction de l'indice synthétique de fécondité. De 1956 à 1962 les principales générations en cause, 1928 à 1936, sont celles où se produit une inversion de tendance dans la descendance finale, tandis que la baisse de calendrier est en pleine force. Or, en période de baisse de calendrier, l'âge moyen en période sera supérieur à celui des générations correspondantes. La formule C est meilleure dans cette période car elle fait intervenir la variation négative constante de l'âge moyen à laquelle la majeure partie des générations en cause participent.

De 1962 à 1966, nous observons un écart grandissant entre les âges moyens attendus et l'âge moyen observé. Aucun des 3 modèles n'arrive à une estimation satisfaisante. Cet écart indique sans doute un changement de tendance dans la descendance finale et dans l'âge moyen à l'accouchement.

On a vu que les hypothèses de linéarité que nous imposons à nos modèles empêchent que les formules fonctionnent adéquatement dans ces cas. De plus, la valeur de nos hypothèses sur la fécondité des générations à descendance incomplète peut être sérieusement mise en doute; d'autant plus qu'il existe un écart également croissant entre indice synthétique observé et indice synthétique attendu. C'est un des grands intérêts des modèles de translation que de permettre une critique objective, puisque confrontée à la réalité, des hypothèses sur l'intensité et le calendrier des générations.

Les résultats de la translation de la moyenne sont moins intéressants que ceux de la translation du niveau de la fécondité.

1. Ryder, N.B. «The process of demographic translation», *Demography*, 1964, vol. 1 no. 1, p. 78

## 5. L'INTÉRÊT DES FORMULES DE TRANSLATION

Ryder a plusieurs fois exposé les raisons qui l'ont amené à développer ses modèles de translation. Le paragraphe qui suit en est un bref résumé. Le premier souci de Ryder a été de démontrer le danger d'utiliser les séries de taux de fécondité par année de calendrier comme si elles représentaient le comportement des générations. Nous croyons avoir montré dans ce chapitre les divergences profondes entre ces deux types de mesure et la compréhension accrue de l'évolution respective des deux séries qu'apportent les formules de translation.

«Regardless of the analytic priority of cohorts or periods in time series analysis, the translation formulae give both more meaning by indicating the implications for each of certain kinds of change in the other<sup>2</sup>.»

Nous avons également utilisé les données sur la fécondité par période comme point de référence pour compléter la fécondité des générations à descendance incomplète. C'est une façon d'intégrer les données les plus récentes à l'analyse longitudinale.

L'approfondissement analytique qu'apportent les formules de translation est très utile dans les projections. Nous pouvons projeter ce que nous croyons savoir sur le comportement futur des générations à l'aide d'indices significatifs et en opérer la translation en termes d'année de calendrier. «This will not produce necessarily more accurate projections, but the projections will be more self-conscious<sup>3</sup>.»

## BIBLIOGRAPHIE

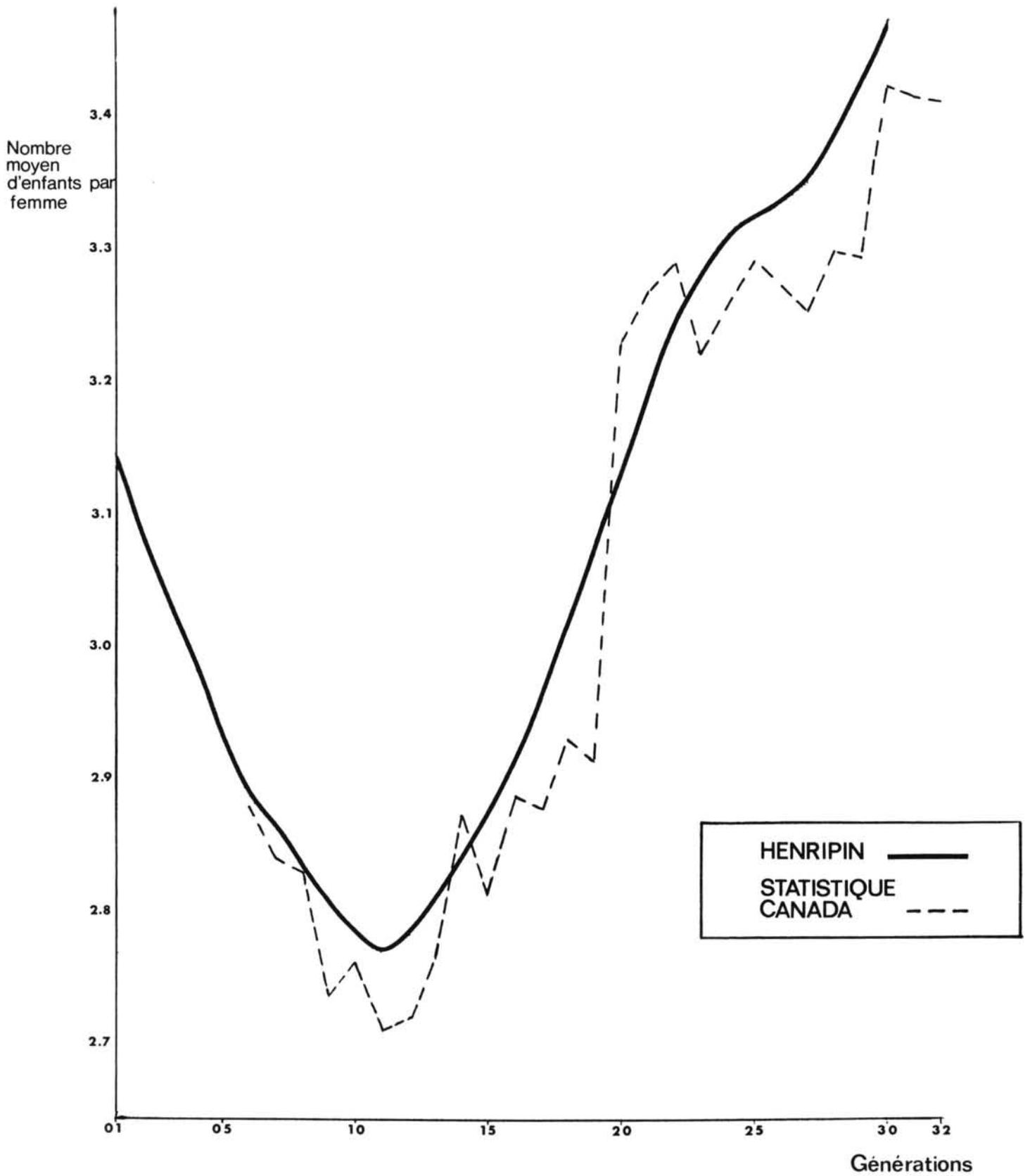
- Frinking, G. «L'utilisation des formules de translation dans les modèles de prévision», *Congrès International de la population*, Londres 1969.
- George, M.G. and Romaniuk, A. *Patterns and Factors of Fertility Decline in Canada in 1960's*, paper presented at the Annual Meeting of the Canadian Sociology and Anthropology Association, St. John's, Newfoundland, 1971.
- Henripin, Jacques. *Tendances et facteurs de la fécondité au Canada*, Bureau fédéral de la statistique, Ottawa, 1968.
- Hyrenius, H. «On the Use of Models in Demographic Research», *Congrès International de la population*, Londres 1969.
- Pressat, Roland. «Interprétation des variations à court terme du taux de natalité», *Population*, janv. 1969.
- Romaniuk, A. *Fertility projections by the Cohort Method for Canada, 1969-84*, D.B.S., Census Division, A.T.M. no. 5, Ottawa, nov. 1970.
- Ryder, N.B. «The Time Series of Fertility in the United States», *Congrès International de la population*, Londres 1969.
- «The Process of Demographic Translation», *Demography* 1964 no. 1.
- «The Structure and Tempo of Current Fertility», *Demographic and Economic Change in Developed Countries*, National Bureau of Economic Research, Princeton 1960, pp. 117-133.
- «Problems of Trend Determination during a Transition in Fertility», *Milbank Memorial Fund Quarterly*, janv. 1956.
- Winkler, W. «Types and Models in Demography», *Congrès International de la population*, New-York, 1961.
- Wunsch, G. *Les mesures de la natalité*, Université catholique de Louvain, 1967.

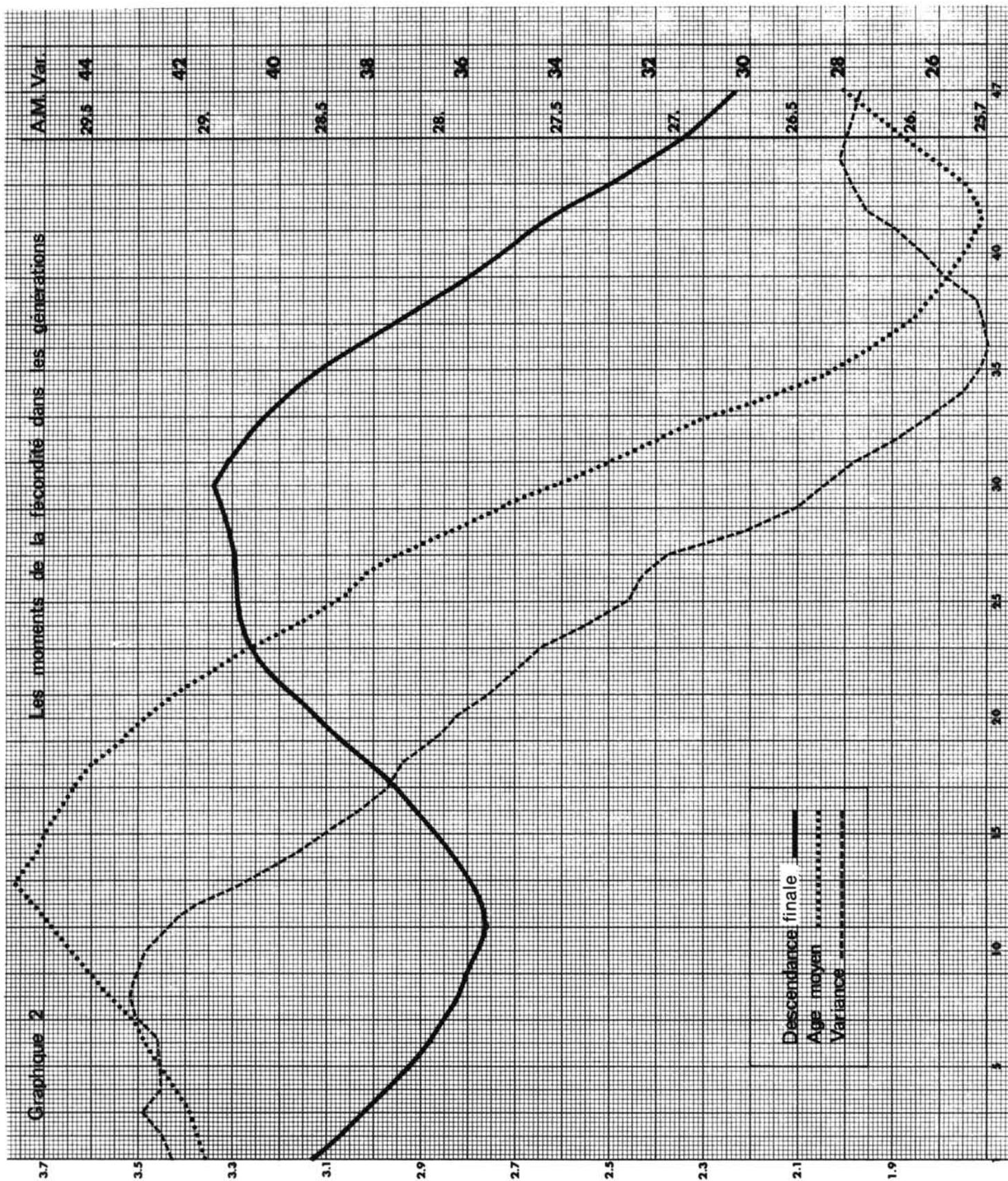
★ ★ ★

2. Ryder, N.B. *op. cit.*, p. 80

3. Ryder, *op. cit.*, p. 79.

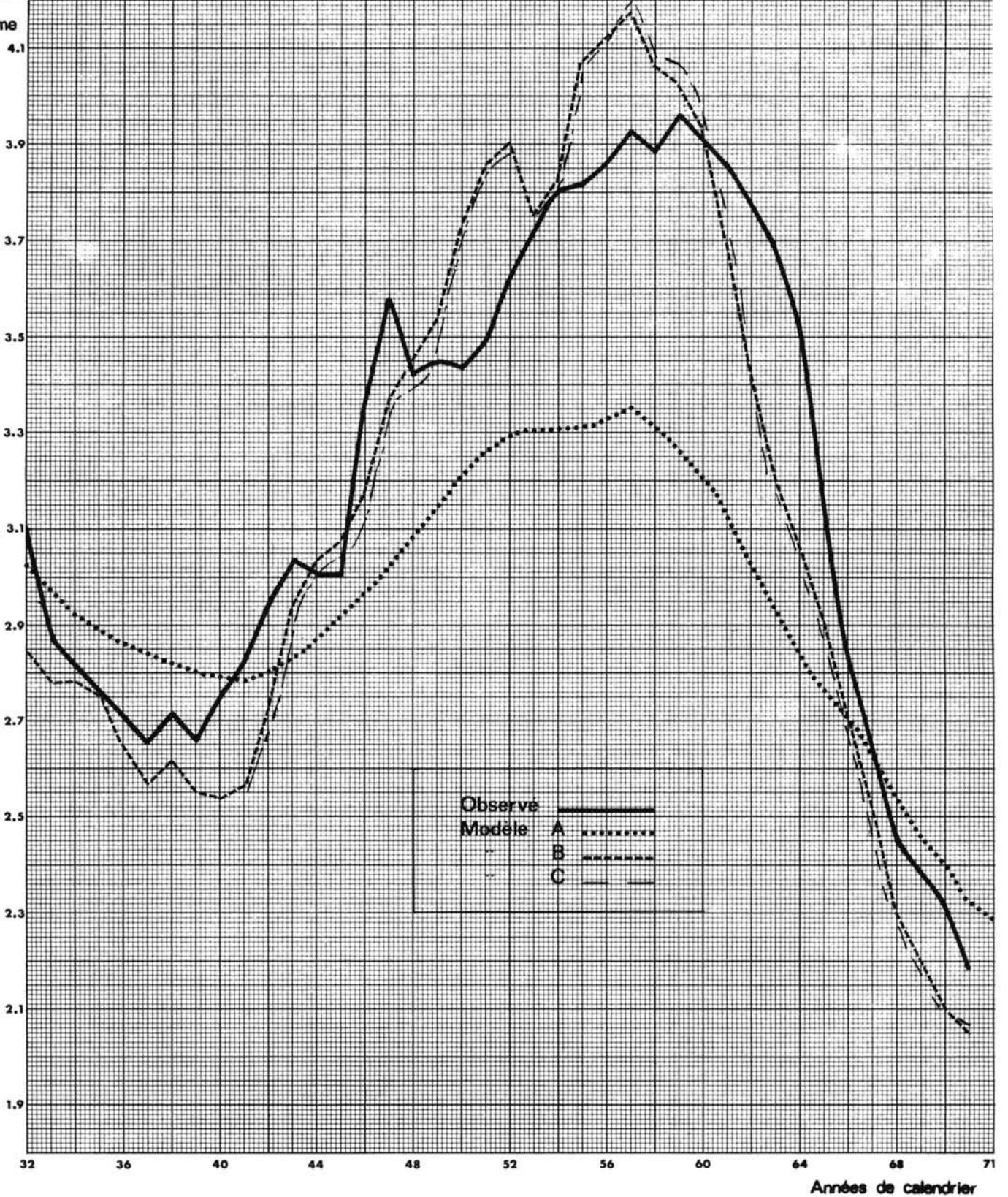
Graphique: 1 Descendance finale selon deux méthodes





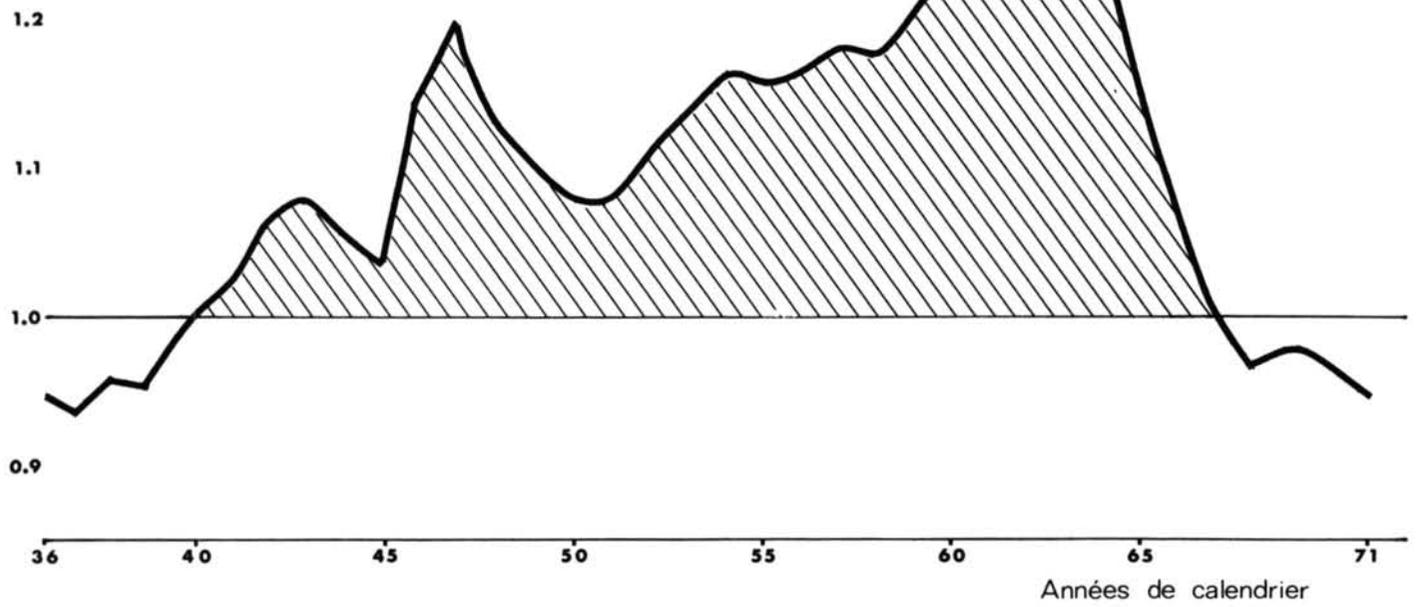
Graphique 3 Comparaison entre l'indice synthétique observé et l'indice synthétique attendu selon les modèles A, B et C.

Nombre moyen d'enfants par femme

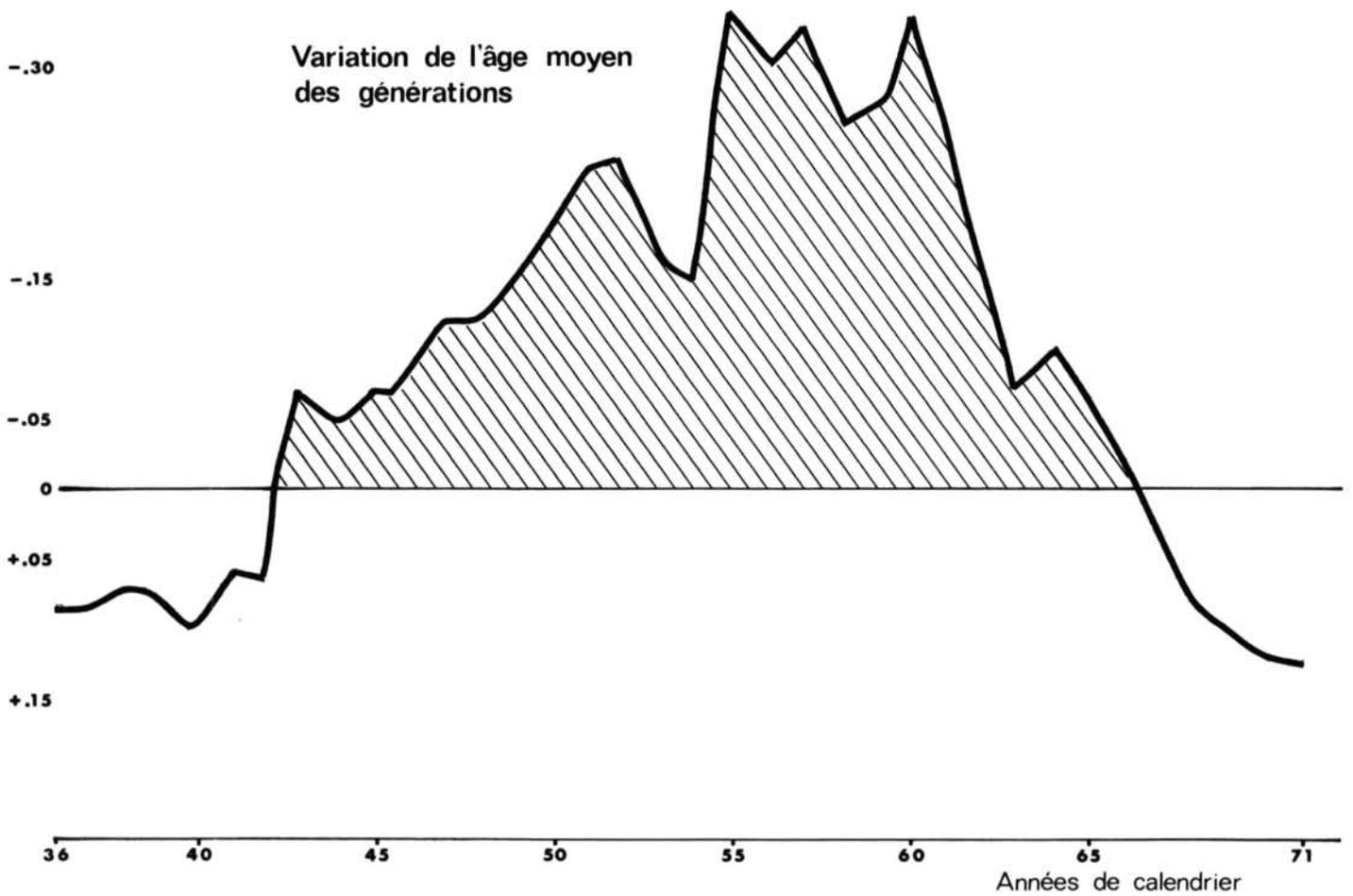


Graphique 4

Indice de distorsion



Variation de l'âge moyen des générations



Graphique 5

Age moyen observé et âge moyen attendu

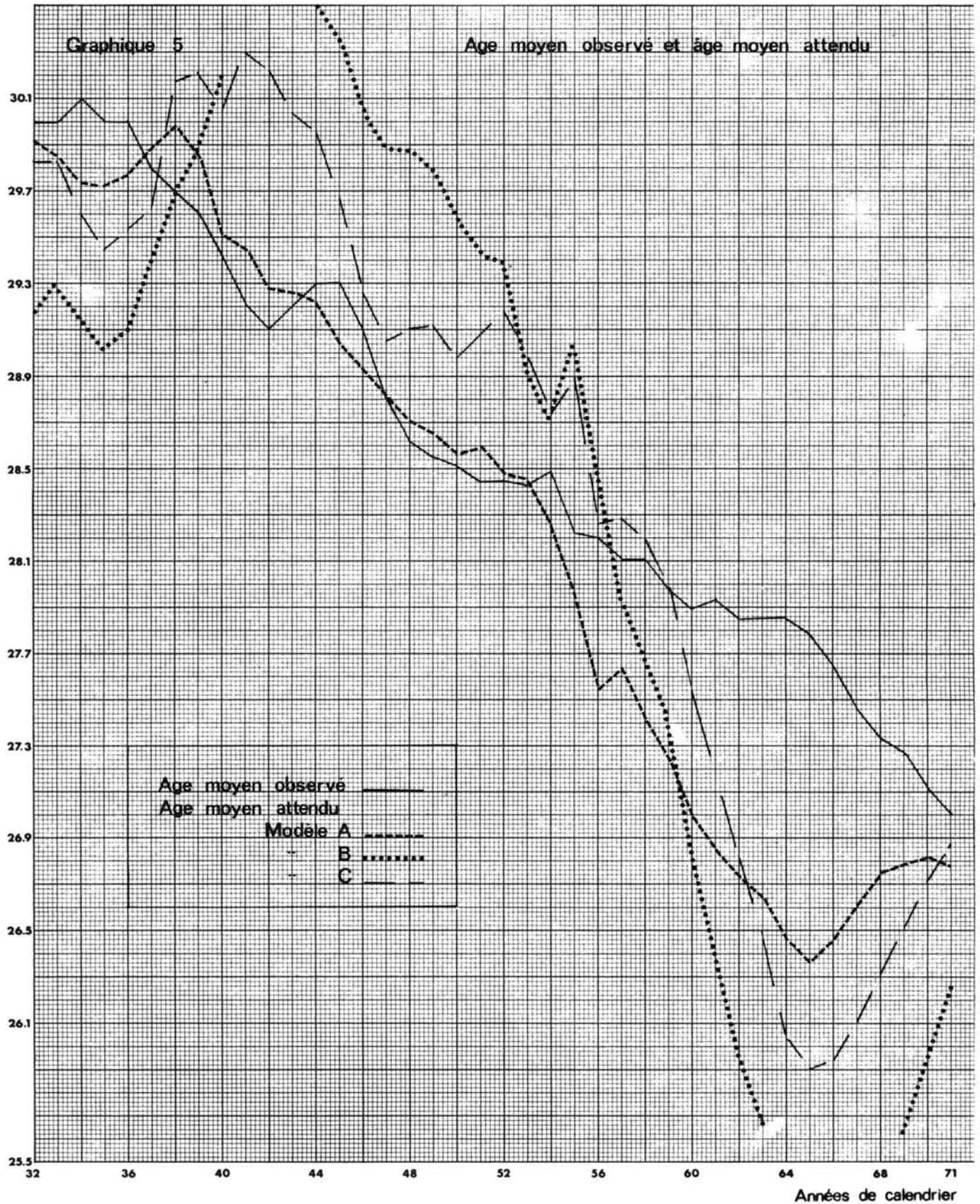


Tableau 1 Diverses mesures de la fécondité dans les générations

Année de naissance de la génération	Descendance finale	Age moyen à l'accouchement	Moment 2	Variance	Coefficient de variation en pourcentage
T	$\beta (0, T)$	$u_1 (T)$	$u_2 (T)$	$u_2(T) - u_1^2(T)$	
01	3.14	29.02	884.68	42.38	22.43
02	3.08	29.05	886.48	42.61	22.47
03	3.04	29.08	888.47	42.98	22.55
04	2.98	29.16	892.65	42.65	22.40
05	2.93	29.22	896.65	42.65	22.35
06	2.90	29.26	898.79	42.72	22.34
07	2.87	29.30	901.78	43.12	22.41
08	2.83	29.41	907.86	43.26	22.37
09	2.82	29.49	912.73	43.17	22.28
10	2.79	29.55	916.28	42.94	22.17
11	2.77	29.67	922.90	42.51	21.97
12	2.78	29.73	925.58	41.90	21.77
13	2.80	29.82	930.07	40.81	21.42
14	2.84	29.75	925.05	40.04	21.27
15	2.88	29.71	921.63	39.21	21.08
16	2.92	29.64	917.11	38.41	20.91
17	2.96	29.59	913.58	37.76	20.76
18	3.02	29.50	907.67	37.47	20.75
19	3.08	29.37	899.40	36.88	20.68
20	3.13	29.28	893.68	36.36	20.60
21	3.18	29.14	885.04	35.67	20.49
22	3.24	28.98	874.78	35.12	20.45
23	3.27	28.80	864.04	34.55	20.41
24	3.29	28.60	851.66	33.65	20.28
25	3.31	28.43	841.30	32.76	20.13
26	3.30	28.33	835.27	32.46	20.11
27	3.31	28.17	825.21	31.83	20.03
28	3.32	27.90	808.67	30.23	19.71
29	3.33	27.68	795.61	29.20	19.52
30	3.35	27.42	780.47	28.47	19.46
31	3.32	27.18	766.90	27.90	19.43
32	3.29	26.98	754.76	26.98	19.25
33	3.24	26.75	741.47	26.14	19.12
34	3.19	26.50	727.67	25.62	19.11
35	3.13	26.28	715.82	25.21	19.10
36	3.05	26.09	705.97	25.04	19.18
37	2.97	25.95	698.61	25.14	19.32
38	2.88	25.89	695.49	25.23	19.40
39	2.80	25.80	691.39	25.87	19.72
40	2.74	25.73	688.43	26.34	19.95
41	2.68	25.70	687.14	26.88	20.18
42	2.60	25.71	688.59	27.57	20.42
43	2.51	25.81	693.99	27.85	20.45
44	2.42	25.92	700.25	28.14	20.46
45	2.34	26.06	707.04	28.16	20.37
46	2.28	26.19	713.83	27.95	20.19
47	2.24	26.28	718.58	27.79	20.06

Tableau 2 Tableau de calcul du modèle C

Modèle C:  $B(O, T + u_i) = \beta(O, T) \cdot [1 - u_i' + \delta \delta']$

(1) Géné- ration  T	(2) Descendance finale  $\beta(O, T)$	(3) Age moyen  $u_i$	(4) Variance  $\delta$	(5) $\frac{[u_i(T+1) - u_i(T-1)]}{2}$  $\delta'$	(6) $\frac{(B(O, T+1) - B(O, T))}{B(O, T)}$  $\delta(t)$	(7) $\frac{[u_i(T+1) - u_i(T-1)]}{2}$  $u_i'$	(8) $B(O, T+u_i)$	(9) Date de (8)	(10) Indice syn- thét. atten- du (interpo- lation)	Année de calen- drier
28.0	3.3153	27.90	30.23					55.9		
29.0	3.3295	27.68	29.20	- .88	+ .006	- .24	4.116	56.5		
30	3.3527	27.42	28.47	- .65	- .006	- .25	4.2006	57.4		
31	3.3249	27.18	27.90	- .745	- .006	- .22	4.0775	58.2	4.1852	57.5
32	3.2937	26.98	26.98	- .88	- .015	- .215	4.0408	59.0	4.0637	58.5
33	3.2418	26.75	26.14	- .68	- .015	- .24	4.0506	59.8	4.0469	59.5
34	3.1899	26.50	25.62	- .465	- .019	- .235	3.9678	60.5	3.9678	60.5
35	3.1267	26.28	25.21	- .29	- .026	- .205	3.7953	61.3		
36	3.0519	26.09	25.04	- .035	- .026	- .165	3.556	62.1	3.7355	61.5
37	2.9711	25.95	25.14	+ .095	- .03	- .10	3.2585	63.0	3.4238	62.5
38	2.8843	25.89	25.23	+ .365	- .028	- .075	3.0666	63.9	3.1519	63.5
39	2.8018	25.80	25.87	+ .555	- .021	- .08	2.9914	64.8	3.0165	64.5
40	2.7417	25.73	26.34	+ .505	- .022	- .05	2.8466	65.7	2.8788	65.5
41	2.6763	25.70	26.88	+ .615	- .03	+ .01	2.6037	66.7	2.6523	66.5
42	2.5965	25.71	27.57	+ .485	- .035	+ .055	2.4129	67.7	2.4511	67.5
43	2.5054	25.81	27.85	+ .285	- .036	+ .105	2.237	68.8	2.285	68.5
44	2.42	25.92	28.14	+ .155	- .033	+ .125	2.1051	69.9	2.1531	69.5
45	2.3449	26.06	28.16	- .095	- .026	+ .135	2.0299	71.1	2.0675	70.5
46	2.2817	26.19	27.95	- .185	- .018	+ .11	2.0368	72.2	2.0324	71.5
47	2.2365	26.28	27.79					73.3		