Assurances et gestion des risques
Insurance and Risk Management

Évaluation de projets : la valeur actualisée nette optimisée (VAN-O)

Marcel Boyer and Éric Gravel

Volume 74, Number 2, 2006

URI: https://id.erudit.org/iderudit/1092510ar
DOI: https://doi.org/10.7202/1092510ar

See table of contents

Publisher(s)

Faculté des sciences de l'administration, Université Laval

ISSN

1705-7299 (print)
2371-4913 (digital)

Explore this journal

Cite this document

Boyer, M. & Gravel, É. (2006). Évaluation de projets : la valeur actualisée nette optimisée (VAN-O). *Assurances et gestion des risques / Insurance and Risk Management*, *74*(2), 163–186. https://doi.org/10.7202/1092510ar

Article abstract

We clarify the foundations of project evaluation under multiple risk sources and we show that the way the NPV method is typically applied in most firms and organizations violates some fundamental principles of value creation such as the additivity and absence of arbitrage principles. Project evaluation must be done through (i) decomposing the project cash flows into components corresponding to the different sources of risk and (ii) obtaining the present value of each component with a specific risk-adjusted discount rate. The value of the project is obtained as the sum of the present values so obtained. Alternatively, the different components can be corrected for their respective risk to obtain their certainty equivalents. The value of the project is then obtained as the sum of those certainty equivalents discounted at the *unique, observable, identical, risk free rate*.

Assurances et gestion des risques, vol. 74(2), juillet 2006, 163-185
Insurance and Risk Management, vol. 74(2), July 2006, 163-185

Évaluation de projets : la valeur actualisée nette optimisée (VAN-O)

par Marcel Boyer et Éric Gravel

RÉSUMÉ

Nous clarifions les fondements de l'évaluation de projet en présence de multiples sources de risque et nous concluons que la méthode VAN telle qu'appliquée dans la plupart des entreprises et organisations viole certains principes fondamentaux de la création de valeur tels l'additivité et l'absence d'arbitrage. L'évaluation d'un projet doit se faire en (i) décomposant les flux monétaires en composantes correspondant aux diverses sources de risque et (ii) actualisant chaque composante à l'aide d'un taux spécifique à cette composante. La valeur du projet est obtenue en sommant les valeurs présentes des diverses composantes. Alternativement, les différentes composantes peuvent être corrigées pour leur risque respectif afin d'obtenir leurs équivalents certains. La valeur du projet est alors obtenue en prenant la somme des équivalents certains actualisée au *taux sans risque, identique, unique et observable.*

Mots clés : évaluation de projet, risques multiples.

ABSTRACT

We clarify the foundations of project evaluation under multiple risk sources and we show that the way the NPV method is typically applied in most firms and organizations violates some fundamental principles of value creation such as the additivity and absence of arbitrage principles. Project evaluation must be done through (i) decomposing the project cash flows into components corresponding to the different sources of risk and (ii) obtaining the present value of each component with a specific risk-adjusted discount rate. The value of the project is obtained as the sum of the present values so obtained. Alternatively, the different components can be corrected for their respective risk to obtain their certainty equivalents. The value of the project is then obtained as the sum of those certainty equivalents discounted at the *unique, observable, identical, risk free rate.*

Keywords: project evaluation, multiple risks.

Les auteurs :

Marcel BOYER est professeur, titulaire de la Chaire Bell Canada en économie industrielle, Fellow CIRANO et CIREQ, Université de Montréal. Éric GRAVEL, Banque Nationale du Canada, Montréal.

1. INTRODUCTION

Cet article vise à clarifier les fondements de l'actualisation des flux monétaires (cash flows) définissant et caractérisant un projet d'investissement dans un contexte où plusieurs sources de risque sont présentes et affectent de manière différente ces flux monétaires. Nous montrons que :

- La prise en compte du risque systémique non-diversifiable d'un projet d'investissement doit se faire par (i) la décomposition des flux monétaires en un nombre variable de composantes correspondant aux diverses sources ou types de risque présents dans le projet considéré et (ii) le calcul de la valeur actualisée de chacune des composantes ainsi obtenues à l'aide d'un taux d'actualisation approprié incluant une prime de risque spécifique à la composante considérée. La valeur du projet est alors obtenue en prenant la somme des valeurs présentes des diverses composantes.

- Alternativement, les différentes composantes de flux monétaires peuvent être corrigées pour leur risque respectif afin d'obtenir l'équivalent certain de chacune des composantes. La valeur du projet est alors obtenue en prenant la somme des équivalents certains actualisée au *taux sans risque, identique, unique et observable*, correspondant au taux de préférence temporelle et donc au taux de substitution entre consommation future et consommation présente, toutes deux considérées comme certaines.

De manière générale, cette approche à l'évaluation d'un projet (à laquelle nous associerons le sigle VAN-O pour « Valeur Actualisée Nette Optimisée »[1]) mènera à une valeur calculée pour le projet qui sera différente de la valeur obtenue par l'approche usuelle de la valeur actualisée nette (VAN) qui actualise à un taux unique corrigé pour le risque l'espérance des flux financiers associés au projet. L'approche VAN-O, qui s'appuie sur des fondements analytiques plus rigoureux, pourra dans certains cas entraîner des changements importants dans le choix des investissements, d'où l'importance pour les entreprises et organisations, tant publiques que privées, de bien comprendre les fondements et les enjeux des méthodes VAN-O et VAN afin de pouvoir la mettre en application aussi rigoureusement que possible. L'incohérence entre ces méthodes ou approches à l'évaluation de projets vient du fait que la VAN actualise la séquence de flux monétaires caractérisant un projet à *un seul taux* composé d'un premier élément représentant le taux de préférence temporelle (le taux sans risque) et d'un second élément représentant une prime pour le risque, que ce risque provienne d'une source unique ou de plusieurs sources ou facteurs.

Nous montrons dans ce rapport que la méthode VAN telle qu'utilisée et appliquée dans la plupart des entreprises et organisations pour le choix des investissements viole certains principes fondamentaux de la création de valeur telles le principe d'additivité et le principe d'absence d'arbitrage.[2] Ce faisant,

- nous analysons l'intérêt de séparer les rôles et effets respectifs de la préférence temporelle, présente même en contexte de certitude, et de l'aversion aux risques, qui se traduit par une prime de risque associée au taux d'actualisation;
- nous définissons un taux d'actualisation « effectif » sensible aux différentes sources d'incertitude et à la structure du projet (dans ce cas, une prime de risque est associée à chaque source de risque);
- nous présentons les concepts fondamentaux de la finance moderne (notamment le principe d'additivité et le principe d'absence d'arbitrage) qui nous permettent d'inférer une prime de risque d'une source particulière à l'aide, entre autres, des prix d'actifs transigés sur des marchés réels et effectifs;
- nous montrerons comment appliquer en pratique cette « valeur actualisée nette optimisée » (VAN-O) pour améliorer et rendre le processus de choix des investissements plus rigoureux et plus efficient;
- nous montrerons les liens entre deux formes particulières de la VAN-O, celle de l'actualisation à taux différents des différentes composantes des flux monétaires associés à un projet et celle de la détermination d'équivalents certains pour ces différentes composantes des flux monétaires, tous actualisés au même taux dans risque.[3]

2. VAN, VOR, PRINCIPE D'ABSENCE D'ARBITRAGE, PRINCIPE D'ADDITIVITÉ ET ÉQUIVALENT CERTAIN

Une part importante des publications discutant d'investissement en incertitude comparent la méthodologie de la valeur actualisée nette (VAN) telle qu'utilisée dans la plupart des organisations à la méthodologie de la valeur options réelles (VOR) en mettant uniquement l'emphase sur l'incapacité de la VAN de tenir compte de la flexibilité de gestion présente dans plusieurs projets d'investissement.

Mais peu d'auteurs mettent directement en évidence les faiblesses fondamentales de la VAN en ce qui a trait à l'actualisation des flux monétaires en incertitude. Bien qu'ignorer la flexibilité dans les projets puisse mener au rejet de projets à valeur positive ou au mauvais choix d'alternatives mutuellement exclusives, une méthode d'actualisation inadéquate peut aussi mener à des choix d'investissement ou de projets qui ne maximisent pas la valeur de l'entreprise ou de l'organisation.

À l'aide de trois exemples simplifiés mais convaincants nous montrons, à partir des implications du principe d'absence d'arbitrage et du principe d'additivité comment la VAN telle qu'appliquée dans la grande majorité des entreprises peut mener à des décisions d'investissement erronées et ce, indépendamment de la prise en compte de la flexibilité et des options réelles. Dans les cas où la valeur de la flexibilité de gestion en présence d'investissements irréversibles (tous les investissements réels ont un certain degré d'irréversibilité) est importante et peut changer la décision relative à un projet ou à un ensemble de projets, l'utilisation d'une méthode d'actualisation inappropriée aura des effets encore plus défavorables sur la valeur de l'organisation.

Le principe d'absence d'arbitrage

Une opportunité d'arbitrage peut être définie comme une stratégie d'investissement à coût nul (sans sortie nette de fonds) qui promet un rendement positif dans certains états de la nature tout en présentant une probabilité nulle de perte. Le principe d'absence d'arbitrage stipule que sur des marchés développés et peuplés d'agents rationnels les opportunités d'arbitrage devraient être rares et de courte durée, voire à toutes fins utiles inexistantes. En effet, si une opportunité d'arbitrage devait surgir, les agents l'exploiteraient immédiatement et la feraient ainsi disparaître rapidement.

Le principe d'additivité

Le principe d'additivité stipule que la valeur d'un portefeuille de projets indépendants doit être égale à la somme des valeurs de ses projets constituants. Ainsi, on doit pouvoir décomposer l'évaluation d'une séquence de flux monétaires en une somme d'évaluations de ses différentes composantes.

L'équivalent certain

L'équivalent certain se définit comme étant un montant qui rend un individu indifférent entre participer à une loterie (investissement risqué) ou recevoir ledit montant avec certitude. Dans le cas où l'individu a de l'aversion pour le risque, l'équivalent certain est toujours inférieur à la valeur espérée de la loterie. La prime de risque est égale à la différence entre la valeur espérée de la loterie et l'équivalent certain.

Par exemple, si nous supposons que la valeur espérée du prix de l'or dans un an est égale à 300 $ l'once et qu'un individu est indifférent entre recevoir dans un an une once d'or ou 250 $ avec certitude, nous pouvons dire que pour cette personne, l'équivalent certain d'une once d'or est de 250 $ et que la prime de risque de l'or est égale à 50 $. Aussi, le prix d'un contrat à terme reflète le consensus du marché de l'équivalent certain d'un actif. Aujourd'hui, l'investisseur marginal (ou investisseur représentatif) devrait être indifférent entre : (1) recevoir à l'échéance du contrat une somme égale au prix du contrat (fixé aujourd'hui) ou (2) l'actif couvert par le contrat.

3. LA MÉTHODOLOGIE DE LA VALEUR ACTUALISÉE NETTE

Pour rappeler les principales étapes de la VAN, prenons pour illustrer plus concrètement notre propos le cas d'une firme qui a en $t = 0$ l'opportunité de développer un réservoir de gaz naturel. Supposons qu'à la prochaine période ($t = 1$), le réservoir considéré permettra d'extraire et de vendre x unités de gaz à un coût total égal à C. De plus, posons les hypothèses suivantes :

- l'unique source d'incertitude est le prix du gaz de la prochaine période (P_1);
- si la firme décide de développer le réservoir, elle doit en extraire le gaz en $t = 1$ (aucune flexibilité opérationnelle).

Pour déterminer la valeur actualisée des flux monétaires ($VAFM$) provenant du projet décrit ci haut, la firme utilisant la VAN procéderait selon les étapes suivantes :

- Estimation de la valeur anticipée des flux monétaires nets V_1 en $t = 1$; puisque P_1 est la seule source d'incertitude, on a :

$$V_1 = x \cdot E_0[P_1] - C \qquad (1)$$

- Détermination un taux d'actualisation r_p « approprié » pour le projet; par exemple, en utilisant un modèle tel le modèle d'équilibre des actifs financiers à un seul facteur de risque représenté par le portefeuille de marché (MEDAF ou CAPM), on a :

$$r_p = r_f + \beta_p(E[r_m] - r_f) \tag{2}$$

où r_f, $E[r_m]$ et β_p sont respectivement le taux de rendement sans risque, le taux de rendement anticipé du portefeuille de marché et le *beta* du projet (ou d'un projet semblable) mesurant le niveau de risque systémique du projet.

- Actualisation de la valeur anticipée des flux monétaires au taux r_p pour obtenir la valeur actualisée des flux monétaires, i.e. :

$$VAFM = V_1 \cdot (1 + r_p)^{-1} = (x \cdot E_0[P_1] - C) \cdot (1 + r_p)^{-1}. \tag{3}$$

Avec la VAN, le décideur actualise la valeur anticipée des flux monétaires nets du projet à un taux d'actualisation qui reflète à la fois le « risque » des flux monétaires et le taux de préférence temporelle.

Dans la prochaine section, nous contrasterons, à l'aide de trois exemples simplifiés mais particulièrement révélateurs, la méthodologie de la VAN à une méthodologie construite à partir des implications des principes d'additivité et d'absence d'arbitrage. Le principe d'additivité des valeurs permet de désagréger la valeur espérée des flux monétaires en ses différentes composantes. Chacune de ces différentes composantes peut être évaluée par le méthode décrite ci-dessus. Le principe d'additivité stipule alors que la somme des valeurs des différentes composantes doit être égale à la valeur globale du projet.

4. LACUNES DE LA MÉTHODOLOGIE DE LA VALEUR ACTUALISÉE NETTE

4.1. Exemple 1

Reprenons l'exemple précédent en faisant l'hypothèse que la firme doit choisir entre deux projets. Le projet 1, dit à coût faible, permet de produire[4] $x = 250$ *mmcf* de gaz à un coût total de $C = 150K\$$ et le projet 2, dit à coût élevé, permet de produire $x = 500$ *mmcf* de gaz à un coût de $C = 400K\$$. De plus, nous supposons que :

- le prix anticipé du gaz est de $E_0[P_1] = \$1{,}00\ /\ mcf$;
- il existe un contrat à terme permettant d'acheter ou de vendre en $t = 1$ une unité (mcf) de gaz à un prix de $\$0{,}90\ /\ mcf$;
- le prix observé d'un bon du trésor permettant de recevoir $1,00 en $t = 1$ est égal à $0,95 impliquant un taux sans risque de 5,26 %,
- la prime de risque sur le marché est égale à $(E[r_m] - r_f) = 10{,}67\ \% - 5{,}26\ \% = 5{,}41\ \%$
- le *beta* de la firme (projet) est égal à 1,8.

Ainsi, le taux d'actualisation donné par le MEDAF (équation (2)) est de 15 %. Si la firme utilise la VAN avec un taux d'actualisation de 15 % pour évaluer ses projets gaziers, elle trouvera les valeurs suivantes, égales par construction :

Projet 1 :

$$\begin{aligned} VAFM &= (x \cdot E_0[P_1] - C) \cdot (1 + E[r_p])^{-1} \\ &= \left[(250\ mmcf \cdot \$1.00\ /\ mcf) - \$150K\right] \cdot (1.15)^{-1} \\ &= \$86.96K \end{aligned} \tag{4}$$

Projet 2 :

$$\begin{aligned} VAFM &= (x \cdot E_0[P_1] - C) \cdot (1 + E[r_p])^{-1} \\ &= \left[(500\ mmcf \cdot \$1.00\ /\ mcf) - \$400K\right] \cdot (1.15)^{-1} \\ &= \$86.96K \end{aligned} \tag{5}$$

Définissons le facteur d'actualisation comme suit :

$$FA = \frac{VAFM}{V_1}. \tag{6}$$

Puisque les valeurs actualisées des flux monétaires (86,96$) et les valeurs anticipées des flux monétaires (100K$) des deux projets sont égales, on obtient un même facteur d'actualisation égal à 0,87 pour les deux projets.

En examinant (1), on constate que la valeur espérée des flux monétaires du projet peut se décomposer en deux parties soit :

- la partie « revenus » qui est égale à $x \cdot E_0[P_1]$;
- la partie « coûts » qui est égale à C.

Tel que mentionné ci haut, le principe d'additivité des valeurs veut (exige) qu'on puisse évaluer séparément chaque composante et additionner les valeurs obtenues pour déterminer la valeur globale du projet. Comparons la valeur actualisée des flux monétaires des projets 1 et 2, telles qu'obtenues ci-dessus, à leurs valeurs calculées à partir du principe d'additivité des valeurs en décomposant les flux monétaires en une composante « revenus » et une composante « coûts ».

Pour trouver la valeur de la composante « revenus », il faut déterminer la valeur d'une unité de gaz en $t = 1$. Nous savons par hypothèse qu'il existe présentement un contrat à terme permettant d'acheter ou de vendre à la prochaine période 1 *mcf* de gaz à un prix de \$0,90 / *mcf*. L'hypothèse d'absence de possibilités d'arbitrage implique qu'à la période actuelle, $t = 0$, la valeur (VG) de recevoir 1 *mcf* de gaz à la période prochaine, $t = 1$, devrait être égale au coût en $t = 0$ de la transaction suivante :

- acheter un contrat à terme (position longue) pour 1 *mcf* de gaz;
- acheter un (ou une fraction) bon du trésor qui garantira en $t = 1$ les fonds nécessaires à l'achat du *mcf* de gaz au prix spécifié par le contrat à terme.

Puisque la transaction ci-dessus nous permet de recevoir <u>avec certitude</u> 1 *mcf* de gaz en $t = 1$, la valeur VG de recevoir 1 unité de gaz en $t = 1$ devrait être égale au coût de la transaction ci-dessus qui en $t = 0$ est égale au prix de 0,90 bons du trésor :

$$VG = 0{,}90 \times \$0{,}95 = \$0{,}855 \,/\, mcf.$$

Pour sa part, en raison du fait que le coût C sera encouru avec certitude, la valeur VC de chaque unité (en \$) de la composante « coût » est égale à la valeur en $t = 0$ du déboursé en $t = 1$ de \$1 sans risque, i.e. $VC = \$0{,}95$. Pour les deux projets nous avons donc les valeurs V suivantes :

Projet 1 :

$$\begin{aligned} V &= x \cdot VG - C \cdot VC \\ &= (250\ mmcf \cdot \$0{,}855 \,/\, mcf) - (150K \cdot \$0{,}95) \qquad (7) \\ &= \$71{,}25K \end{aligned}$$

Projet 2 :

$$\begin{aligned} V &= x \cdot VG - C \cdot VC \\ &= (500\ mmcf \cdot \$0{,}855 \,/\, mcf) - (400K \cdot \$0{,}95) \qquad (8) \\ &= \$47{,}5K \end{aligned}$$

Rappelons qu'avec la VAN, le facteur d'actualisation défini par (6) était égal pour les deux projets. Cela signifie que chaque dollar de revenus nets était actualisé au même taux $r = 15\ \%$, soit $(1 + r)^{-1} = 0{,}87$. Pour ce qui est de la deuxième méthode d'évaluation, basée sur les principes d'additivité et d'absence d'arbitrage, nous pouvons définir le facteur d'actualisation comme suit :

$$FA = \frac{V}{V_1}, \tag{9}$$

ce qui nous donne un facteur de $(1 + r)^{-1} = 0{,}713$ ou $r = 40{,}35\ \%$ pour le projet à coûts faibles et de $(1 + r)^{-1} = 0{,}475$ ou $r = 110{,}53\ \%$ pour le projet à coûts élevés. Par conséquent, pour que l'évaluation des projets 1 et 2 respecte les principes d'additivité et d'absence d'arbitrage, il faut que les revenus nets du projet 1 soient actualisés à un taux plus faible (40,35 %) que celui des revenus nets du projet 2 (110,53 %). Voyons pourquoi.

Pour les projets considérés, la seule source d'incertitude est le prix du gaz naturel qui a une valeur espérée de $1,00 / *mcf*. Supposons qu'à $t = 1$, le prix du gaz peut prendre avec probabilité 0,5 chacune des valeurs suivantes : $P_1 = \$1{,}25\ /\ mcf$ ou $P_1 = \$0{,}75\ /\ mcf$, d'où $E_0[P_1] = \$1{,}00\ /\ mcf$. Voyons comment un niveau d'incertitude absolue de ± $0,25 pour le prix du gaz affecte les flux monétaires nets de chaque projet :

Projet 1 :

$$(250\ mmcf \cdot \$1{,}25\ /\ mcf) - \$150K = \$162{,}5K$$
$$(250\ mmcf \cdot \$0{,}75\ /\ mcf) - \$150K = \$37{,}5K$$

Projet 2 :

$$(500\ mmcf \cdot \$1{,}25\ /\ mcf) - \$400K = \$225K$$
$$(500\ mmcf \cdot \$0{,}75\ /\ mcf) - \$400K = -\$25K$$

Si nous calculons pour chaque projet le niveau d'incertitude absolue des flux monétaires nets, nous obtenons ± $62.5*K* pour le projet 1 à coût faible et ± $125*K* pour le projet 2 à coût élevé. Ainsi, pour une même valeur anticipée des flux monétaires nets ($100*K*), la volatilité des flux monétaires nets du projet 2 est beaucoup plus grande que celle du projet 1, ce qui justifie d'utiliser un facteur d'actualisation plus faible (taux d'actualisation plus élevé) pour les flux monétaires nets du projet 2.

En effet, si on suppose que l'investisseur a de l'aversion pour le risque et qu'il choisira l'alternative qui lui donne l'utilité espérée la plus grande, il préférera réaliser le projet 1. Voici pourquoi. Si $u(x)$ représente le niveau d'utilité de x dollars, l'utilité espérée des deux projets s'écrit comme suit :

$$u(projet\ 1) = 0.5 \cdot u(37{,}5) + 0.5 \cdot u(162{,}5)$$

$$u(projet\ 2) = 0.5 \cdot u(-25{,}0) + 0.5 \cdot u(225{,}0)$$

et la différence de l'utilité espérée des deux projets se dénote :

$$u(projet\ 1) - u(projet\ 2)$$
$$= 0.5\left[\underbrace{(u(37{,}5) - u(-25{,}0))}_{1} + \underbrace{(u(162{,}5) - u(225{,}0))}_{2}\right].$$

Puisque l'utilité de l'investisseur augmente avec le niveau de richesse, le terme 1 de l'expression ci-dessus est plus grand que zéro et le terme 2 est plus petit que zéro. Cependant, puisque l'investisseur a de l'aversion pour le risque, sa fonction d'utilité est strictement concave (utilité marginale décroissante), le terme 1 sera en valeur absolue plus grand que le terme 2. Par conséquent l'investisseur qui a de l'aversion pour le risque préféra le projet 1, ce qui invalide la conclusion de la VAN qui attribue la même valeur aux deux projets.

Malgré la simplicité de l'exemple, il est intéressant de constater que la VAN telle qu'appliquée dans beaucoup d'entreprises n'est pas en mesure de capter les différences qui existent entre deux projets ayant la même valeur espérée des flux monétaires nets mais avec des volatilités différentes. En utilisant un seul taux d'actualisation pour certaines classes de projets (projets gaziers par exemple), il est fort probable que l'entreprise prendra des décisions qui sont en définitive destructrices de valeur.

Dans l'exemple présent, la méthode usuelle de la VAN surestime la valeur des deux projets en actualisant les coûts (extraction ou production) comme si ces coûts étaient incertains plutôt que certains. Puisque la firme doit extraire le gaz, selon l'hypothèse simplificatrice que nous avons posée, elle devra encourir les coûts avec certitude et aucune prime de risque ne doit leur être appliquée; les coûts doivent par conséquent être actualisés au taux sans risque (5,26 %).

Il est très difficile voire impossible de trouver un taux d'actualisation approprié pour chaque profil de projet permettant d'appliquer de manière cohérente la méthode usuelle de la VAN. Une méthodologie d'actualisation des flux monétaires en incertitude inspirée des principes d'additivité et d'absence d'arbitrage, la méthode VAN-O, nous permet de contourner ce problème en décomposant les flux monétaires des divers projets en composantes correspondant aux différentes sources de risque et en déterminant une prime de risque appropriée pour chaque composante ou source de risque. Ainsi, tous les projets sont évalués de manière cohérente à partir des mêmes primes de risque appliquées à leurs différentes composantes.

4.2. Exemple 2

L'exemple suivant inspiré de Sick (2005) nous permettra de montrer qu'en situation d'incertitude, il est impossible de trouver, pour des flux monétaires nets à composantes de risque différentes, un taux d'actualisation approprié, unique et indépendant des différents états de la nature. Ce constat implique que la méthodologie de la VAN sera de manière générale très difficile, voire à toutes fins utiles impossible, à utiliser d'une manière qui soit cohérente avec la maximisation de la valeur de l'entreprise ou de l'organisation. Par contre la VAN-O pourra toujours être utilisée de manière cohérente avec cet objectif.

Prenons le cas d'une firme qui peut investir $K = \$190$ millions de dollars pour développer une mine d'or, ce qui lui permettrait d'extraire $Q = 1$ million d'onces d'or à un coût d'extraction de $E = \$100$ l'once. De plus, supposons que le prix de l'or est présentement égal à $S = \$300$ l'once. Pour évaluer ce projet, nous pouvons utiliser le principe d'évaluation qui veut que si nous devions entreprendre ce projet maintenant et si la mine était par la suite gérée de façon optimale, c'est-à-dire en appliquant le principe d'Hotelling pour déterminer le rythme d'extraction, alors la VAN du projet serait[5] :

$$VPN = (S - E) \cdot Q - K . \tag{10}$$

Par conséquent, si la décision de développer la mine devait être prise aujourd'hui, la VAN serait égale à :

$$VPN = (300 - 100) \cdot 1\,000\,000 - 190\,000\,000 = \$10\,000\,000 .$$

Supposons que d'une période à l'autre, le prix de l'once d'or peut augmenter de $u = 20$ % avec une probabilité de $\pi = 75$ % ou diminuer de $d = 20$ % avec une probabilité de $1 - \pi$. L'évolution du prix peut être représentée de la façon suivante (tableau 1) :

TABLEAU 1
ÉVOLUTION DU PRIX DE L'OR

0	1	2
		$ 432
	$ 360	
$ 300		$ 288
	$ 240	
		$ 192

Notons qu'à chaque t, le prix de l'or doit être égal à la valeur espérée du prix de la période suivante actualisé au taux d'actualisation ajusté pour le risque. Ainsi, le taux d'actualisation ajusté pour le risque sous-jacent au tableau 1 doit être r_{or} = 10 %, comme le veut la condition de cohérence suivante :

$$S = \frac{\pi(1+u)S + (1-\pi)(1-d)S}{1+r} \tag{11}$$
$$\Rightarrow r = \pi(u+d) - d = 0.75(0.4) - 0.2 = 0.1 \ .$$

En utilisant (10) pour déterminer la VAN de la mine, nous avons les trois possibilités suivantes pour la VAN d'un projet d'investissement à réaliser en $t = 2$: $142M, $-2M, $-98M$. Si nous raisonnons en terme de VAN conventionnelle, nous actualisons la valeur espérée de la mine à un taux de 10 % (taux d'actualisation ajusté pour le risque de l'or puisque la seule source de risque est le prix de l'or) pour déterminer la valeur du projet en t = 0. Cela nous donnerait (tableau 2) :

TABLEAU 2
VALEUR ACTUALISÉE DE LA MINE EN *T* = 0 SELON LA VAN EN UTILISANT UN TAUX D'ACTUALISATION DE 10 %

0	1	2
		$142 000 000
	$96 363 636	
$60 330 579		-$2 000 000
	-$23 636 364	
		-$98 000 000

ce qui est équivalent à

$$VPN = \frac{\pi^2 \cdot 142\ 000\ 000 - 2\pi(1-\pi) \cdot 2\ 000\ 000 - (1-\pi)^2 \cdot 98\ 000\ 000}{(1+r)^2}$$

$$= \$60\ 330\ 579\ .$$

Si nous procédons comme dans l'exemple 1 en évaluant séparément les composantes « revenus » et « coûts » de la formule d'Hotelling, nous obtenons pour la valeur des revenus V_r donnés par le produit de la vente de 1 million d'onces d'or au prix observé en $t = 2$ (tableau 3) :

Par ailleurs, puisque les valeurs de l'investissement K et du coût d'extraction E sont par hypothèse connues avec certitude, nous pouvons en déterminer les valeurs actualisées en utilisant le taux sans risque que nous supposerons égal à $r_f = 6\ \%$. Ainsi, la valeur actualisée des coûts V_c est égale à :

$$V_c = \frac{290\ 000\ 000}{(1.06)^2} = \$258\ 098\ 968\ . \qquad (12)$$

Selon le principe d'additivité des valeurs, la valeur V_{mine} en $t = 0$ de la mine d'or est égale à :

$$V_{\text{mine}} = V_r - V_c = \$300\ 000\ 000 - \$258\ 098\ 968 = \$41\ 901\ 032\ . \quad (13)$$

Avec la méthode VAN, nous avons appliqué un même taux d'actualisation aux revenus et aux coûts même si les deux composantes ne représentent pas le même niveau de risque et cette procédure nous a donné une VAN de \$60 330 579. Avec la VAN-O, nous utilisons un taux d'actualisation différent pour chaque source de risque selon la nature et le niveau (quantité) de risque encouru, déterminé

TABLEAU 3
VALEUR ACTUALISÉE DE 1 MILLION D'ONCES D'OR REÇUES EN $T = 2$

0	1	2
		\$432 000 000
	\$360 000 000	
\$300 000 000		\$288 000 000
	\$240 000 000	
		\$192 000 000

en utilisant le modèle MÉDAF si ce modèle est pertinent dans le cas du problème considéré. Une fois encore, la VAN surestime la valeur du projet en actualisant les coûts (investissement et extraction) comme incertains plutôt que comme certains.

Voyons maintenant s'il est possible de trouver un taux d'actualisation unique permettant de réconcilier la VAN et la méthode VAN-O basée sur le principe d'additivité. Pour ce faire, considérons le tableau 4 où chaque entrée est égale à V_{mine} à chaque période t pour tous les états de la nature possibles (niveau du prix de l'or) :

Calculons en $t = 1$ pour un prix de l'or de \$360, le taux d'actualisation nous permettant de réconcilier la VAN et le tableau 4. Nous avons :

$$\$86\ 415\ 094 = \frac{0.75 \cdot \$142\ 000\ 000 - 0.25 \cdot 2\ 000\ 000}{1+R} \tag{14}$$

$$\Rightarrow R = \frac{0.75 \cdot \$142\ 000\ 000 - 0.25 \cdot 2\ 000\ 000}{\$86\ 415\ 094} - 1 = 22.66\%$$

En $t = 0$, on trouve :

$$\$41\ 901\ 032 = \frac{0.75 \cdot \$86\ 415\ 094 - 0.25 \cdot 33\ 584\ 906}{1+R} \tag{15}$$

$$\Rightarrow R = \frac{0.75 \cdot \$86\ 415\ 094 - 0.25 \cdot 33\ 584\ 906}{\$41\ 901\ 032} - 1 = 34.64\%.$$

TABLEAU 4
VALEUR ACTUALISÉE DE LA MINE À CHAQUE PÉRIODE, CALCULÉE SELON LES PRINCIPE D'ADDITIVITÉ ET D'ABSENCE D'ARBITRAGE (VAN-O)

0	1	2
		\$142 000 000
	\$86 415 094	
\$41 901 032		-\$2 000 000
	-\$33 584 906	
		-\$98 000 000

Ainsi, il n'existe pas de taux d'actualisation unique permettant de concilier les deux méthodes, ce qui rend difficile voire impossible l'application cohérente de la VAN pour maximiser la valeur de l'organisation.

Voyons pourquoi le taux d'actualisation varie selon l'état de la nature (prix de l'or). Supposons que nous ayons utilisé le MÉDAF (équation (2)) pour déterminer le taux d'actualisation ajusté pour le risque de l'or. Supposons que la prime de risque du marché est égale à 8 %, ce qui nous donne le *beta* du prix de l'or β_{or} :

$$r_{or} = r_f + \beta_{or}(E[r_m] - r_f) \Rightarrow \beta_{or} = \frac{r_{or} - r_f}{(E[r_m] - r_f)} = \frac{0.04}{0.08} = 0.5.$$

Pour déterminer le *beta* du projet, nous utilisons le fait que le *beta* d'un portefeuille est égal à la moyenne pondérée des *beta* de ses composantes, le poids d'un *beta* étant égal à la proportion de l'actif correspondant dans le portefeuille. Considérant que

$$V_{mine} = V_r - V_c \Rightarrow V_r = V_c + V_{mine}, \tag{16}$$

nous avons

$$\beta_{mine} = \beta_r \frac{V_r}{V_{mine}} + \beta_c \frac{V_c}{V_{mine}} \tag{17}$$

Puisque $\beta_r = \beta_{or}$ et $\beta_c = 0$ (coûts certains) nous avons l'expression suivante pour β_{mine} :

$$\beta_{mine} = \beta_{or} \frac{V_r}{V_{mine}}. \tag{18}$$

Comme le rapport V_r / V_{mine} varie en fonction de la période et de l'état de la nature, le taux d'actualisation devient variable, rendant difficile et même impossible l'application de la méthode usuelle de la VAN si l'objectif du choix des investissements est de maximiser la valeur de l'organisation. En effet, nous pouvons vérifier que la différence de taux d'actualisation des expressions (14) et (15), soit 34.64 % – 22.66 % = 11.98 %, est égale à la différence des *beta* des états de la nature correspondants, obtenus de l'expression (18), multipliée par la prime de risque du marché de 8 %, soit

$$\left[0.5\left(\frac{300}{41.901032}\right) - 0.5\left(\frac{360}{86.415094}\right)\right] * 8\% = 11,98\%.$$

4.3. Exemple 3

Nous prenons maintenant le cas d'une firme qui veut évaluer le projet suivant : investir K millions de dollars pour acquérir un actif lui permettant de produire annuellement pendant T années une quantité Q (par exemple : kWh d'électricité) à un coût unitaire constant de c. De plus, nous supposons qu'une proportion w de la production est destinée à un marché où le prix est fixe (électricité patrimoniale) et égal à P^f, tandis que le surplus est écoulé sur un marché où le prix P_t est volatil. Par conséquent, à chaque t, le profit (flux monétaires nets) généré par l'actif s'écrit comme suit :

$$\pi_t + (w \cdot P^f + (1 - w) \cdot P_t - c)\, Q\,. \tag{19}$$

L'hypothèse implicite derrière la formulation ci-dessus est qu'il est impossible d'interrompre la production même si (19) devient négatif; supposons de plus que la firme n'a pas l'option de reporter l'investissement.

Supposons que le prix sur le marché volatil suit un mouvement Brownien géométrique (MBG) et que le prix est présentement égal à P_0. Nous allons faire l'analyse de ce projet en temps continu.

Ainsi, le prix suit la dynamique suivante :

$$dP_t = \alpha P_t dt + \sigma P_t dz \tag{20}$$

où $dz = \varepsilon_t \sqrt{dt}$ avec ε_t distribué selon $N(0, 1)$. Dans l'expression (20), le paramètre α caractérise l'évolution anticipée (moyenne) du prix et σ caractérise sa variabilité ou volatilité. Pour illustrer le phénomène MBG, réécrivons (20) sous une forme en temps discret; nous avons :

$$P_{t+\Delta t} - P_t = \alpha P_t \Delta t + \sigma P_t \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}\,, \tag{21}$$

où Δ représente un intervalle de temps (par exemple : $\Delta t = 1/12$ si l'intervalle est de 1 mois). Nous pouvons réécrire (21) comme suit [6] :

$$P_{t+\Delta t} = P_t(1+\alpha\Delta t) + P_t\left(\sigma\varepsilon_t\sqrt{\Delta t}\right). \tag{22}$$

Puisque ε_t est distribué selon $N(0, 1)$, l'espérance mathématique au temps t du prix au temps $t + \Delta t$ est égale à :

$$E_t[P_{t+\Delta t}] = P_t(1 + \alpha\Delta t)\,. \tag{23}$$

On a donc :

$$P_{t+\Delta t} = E_t[P_{t+\Delta t}] + P_t\left(\sigma\varepsilon_t\sqrt{\Delta t}\right). \tag{24}$$

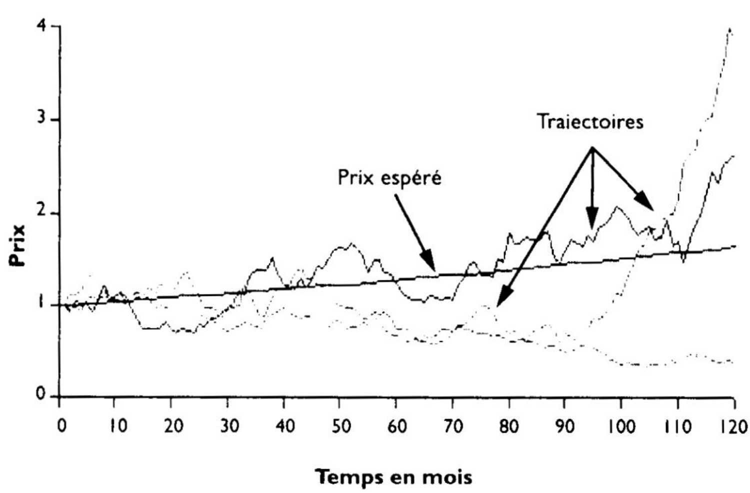
Le graphique 1 illustre trois exemples de trajectoires générées par l'équation (24) avec un paramètre de tendance $\alpha = 0.05$ (on anticipe que le prix augmentera en moyenne de 5 % par année) et un paramètre de volatilité $\sigma = 0.25$(c'est-à-dire une volatilité de 25 % par année) avec $P_0 = \$1$ et $\Delta t = \frac{1}{12}$.

Pour ce qui suit, nous utilisons le MÉDAF comme modèle d'équilibre pour le taux de rendement espéré r_i d'un actif (ou variable d'état) quelconque. Le MÉDAF (équation (2)) peut s'exprimer comme suit :

$$r_i = r_f + \frac{\rho_{im}\sigma_i}{\sigma_m}(E[r_m] - r_f) \tag{25}$$

où r_f, $E[r_m]$, ρ_{im}, σ_i et σ_m sont respectivement le taux de rendement sans risque, le taux de rendement espéré du portefeuille de marché, le coefficient de corrélation entre le rendement de l'actif (ou de la variable d'état) et le rendement du marché, l'écart type du rendement de l'actif et l'écart type du rendement du portefeuille de marché. Notons que $\frac{\rho_{im}\sigma_i}{\sigma_m}$ est le β_i de l'actif.[7]

GRAPHIQUE 1
TRAJECTOIRES GÉNÉRÉES PAR UN MOUVEMENT BROWNIEN GÉOMÉTRIQUE



Si le prix de marché volatil est présentement égal à P_0 et si ce prix évolue selon le processus décrit en (20), nous pouvons démontrer qu'à la période 0, le prix anticipé de la période t est égal à :

$$E_0[P_t] = P_0 e^{\alpha t}. \tag{26}$$

Dans ce cas, si la firme utilise la VAN, elle calculera la *VAFM* en sommant la séquence des flux monétaires nets anticipés et actualisés. Puisque le prix sur le marché volatil est la seule source d'incertitude et que son *beta* est égal à β_P, elle utilisera r_P (déterminé par (25)) comme taux d'actualisation, ce qui donne :

$$\begin{aligned} VAFM &= Q \int_0^T \left(wP^f + (1-w)E_0[P] - c\right) e^{-r_p t}\, dt \\ &= Q \int_0^T \left(wP^f + (1-w)P_0 e^{\alpha t} - c\right) e^{-r_p t}\, dt \\ &= \underbrace{\frac{QwP^f\left(1-e^{-r_p T}\right)}{r_p}}_{\text{valeur actualités des revenus marché prix fixe}} + \underbrace{\frac{Q(1-w)\,P_0\left(1-e^{-(r_p-\alpha)T}\right)}{r_p-\alpha}}_{\text{valeur actualités des revenus marché prix volatil}} - \underbrace{\frac{Qc\left(1-e^{-r_p T}\right)}{r_p}}_{\text{valeur actualités coûts de production}} . \end{aligned} \tag{27}$$

Si la firme utilise plutôt la VAN-O, elle procédera comme suit :

- désagréger la séquence des flux monétaires (19) en ses différentes composantes; Dans le cas considéré, (19) se décompose en trois composantes de flux monétaires qui sont :
  - la séquence des coûts de production;
  - la séquence des revenus sur le marché à prix fixe;
  - la séquence des revenus sur le marché à prix volatil.
- corriger pour le risque chacune des séquences composantes en déterminant les équivalents certains respectifs à chaque période de chacune des séquences;
- additionner à chaque période les équivalents certains des trois séquences pour obtenir l'équivalent certain des flux monétaires nets du projet à chaque moment ou période t;
- actualiser l'équivalent certain des flux monétaires nets du projet à chaque moment ou période t au taux sans risque et faire la somme ou l'intégrale sur l'ensemble des moments ou périodes pour déterminer la valeur actualisée du projet.

Puisque les coûts seront déboursés avec certitude (par hypothèse) et que les revenus sur le marché à prix fixe seront aussi réalisés avec certitude (par hypothèse), les équivalents certains pour ces deux séquences sont respectivement, Qc et QwP^f. Pour la séquence des revenus sur le marché à prix volatil, nous pouvons démonter à l'aide du principe d'absence d'arbitrage (voir Hull 2003) que l'équivalent risco-neutre du processus de prix P_t a la forme suivante :

$$dP_t = (\alpha - \lambda_p\sigma)\, P_t dt + \sigma P_t dz \tag{28}$$

où σ et λ_p sont respectivement la volatilité et le « *market price of risk* » du processus de prix P_t, qui s'exprime comme suit :

$$\lambda_p = \frac{r_p - r_f}{\sigma}. \tag{29}$$

Si nous supposons que le MÉDAF est le modèle d'équilibre pertinent pour le taux de rendement espéré, nous avons :

$$r_p - r_f = \frac{\rho_{Pm}\sigma}{\sigma_m}(E[r_m] - r_f). \tag{30}$$

En combinant (29) et (30), on obtient :

$$\lambda_p = \frac{\rho_{Pm}}{\sigma_m}(E[r_m] - r_f). \tag{31}$$

Ainsi, à chaque période $t > 0$, l'équivalent certain $EC_0[P_t]$ du prix P_t est donné par :

$$EC_0[P_t] = P_0 e^{(\alpha - \lambda_p\sigma)t} = P_0 e^{(r_f - (r_p - \alpha))t}. \tag{32}$$

Pour déterminer la *VAFM* à partir de la méthode VAN-O, on procède donc comme suit :

$$\begin{aligned} VAFM &= \int_0^T \overbrace{\left(wQP^f + (1-w)\,QP_0 e^{(r_f-(r_p-\alpha))t} - Qc\right)}^{\text{équivalent certain des flux monétaires nets}} e^{-r_f t}\, dt \\ &= \underbrace{\frac{wQP^f\left(1-e^{-r_f T}\right)}{r_f}}_{\substack{\text{composante revenus}\\ \text{marché à prix fixe}}} + \underbrace{\frac{(1-w)QP_0\left(1-e^{-(r_p-\alpha)T}\right)}{r_p-\alpha}}_{\substack{\text{composante revenus}\\ \text{marché à prix volatil}}} - \underbrace{\frac{Qc\left(1-e^{-r_f T}\right)}{r_f}}_{\substack{\text{composante coûts}\\ \text{de production}}} \end{aligned} \tag{33}$$

En comparant les expressions (27) et (33), on note qu'elles se différencient par le fait qu'une prime de risque est appliquée par la méthode usuelle de la VAN aux coûts de production et aux revenus du marché à prix fixe même si ces derniers sont certains.

Pour illustrer les écarts potentiels entre les deux méthodes, considérons les valeurs suivantes des paramètres :

$$Q = 250,\ c = 0.5\$,\ w = 0.75,\ P^f = 1\$,\ P_0 = 1\$\ ,$$

$$r_f = 0.02,\ r_m - r_f = 0.08,\ \sigma_m = 0.15,\ \alpha = 0.05,\ \sigma = 0.25,\ T = 10\ .$$

Le tableau 5 présente les écarts entre les deux méthodes en fonction du coefficient de corrélation ρ_{Pm} entre le prix volatil et le taux de rendement sur le marché.

On remarque qu'il n'y a pas de différence entre les deux méthodes quand le niveau de risque systémique est nul (le projet a un risque de marché nul) car dans ce cas $r_p = r_f$ et tout est actualisé au taux sans risque. Pour les autres cas, la différence augmente avec le niveau de risque de marché (coefficient de corrélation plus élevé). L'erreur de valorisation engendrée par la méthode VAN vient de l'utilisation de r_p à la place de r_f pour l'actualisation des coûts et des revenus du marché à prix fixe. Dans ce cas-ci, la méthode VAN sous-estime la valeur du projet étant donné que le revenu net partiel certain donné à chaque période t par $Q(P^f - c)$ est positif. Dans les deux premiers exemples, le revenu net partiel certain correspondant était de $-C$ et donc négatif.

4.4. Commentaires

Nous avons montré à l'aide de trois exemples représentatifs que la méthode usuelle de la VAN comporte de sérieuses lacunes et qu'une méthode VAN-O basée sur le principe d'additivité et le principe d'absence d'arbitrage est plus adéquate pour des projets à sources de risque multiples. Or tous les projets réels sont à toutes fins utiles des projets à sources de risque multiples.

TABLEAU 5
ÉCART ENTRE LA VAN-O ET LA VAN EN FONCTION DU COEFFICIENT DE CORRÉLATION ρ_{Pm}

	Coefficient de corrélation				
	0	**0.25**	**0.5**	**0.75**	**1.00**
A. VAN-O (33)	1 295.34$	1 181.17$	1 089.69$	1 015.94$	956.09$
B. VAN (27)	1 295.34$	1 099.10$	941.24$	813.44$	709.26$
Différence A-B	0$	82.07$	148.45$	202.50$	246.83$

La méthode VAN-O consiste à désagréger les revenus nets selon les différentes sources de risque présentes et à évaluer séparément chacune des composantes comme si elles représentaient des projets séparés. Quoique très simplifiés, les exemples analysés donnent une bonne idée des erreurs qu'on peut faire en appliquant la méthode usuelle de la VAN. Ils montrent également la marche à suivre pour appliquer la méthode VAN-O à des projets d'envergure.

5. APPLICATION AUX INVESTISSEMENTS PUBLICS

Précédemment, à l'aide de trois exemples, nous avons argumenté que si plusieurs sources de risque sont présentes, l'utilisation d'un taux d'actualisation unique qui combine prime de risque et préférence temporelle (le taux sans risque) viole certains principes fondamentaux de création de valeur. Ce faisant, nous avons démontré qu'une méthodologie adéquate consiste à décomposer les flux monétaires du projet par source de risque et de calculer la valeur présente nette des diverses composantes après avoir tenu compte de leur risque non-diversifiable propre.

Quoique les exemples de ce texte portent typiquement sur des investissements du secteur privé, les mêmes idées s'appliquent aux analyses coûts-bénéfices du secteur public. En effet, dans une étude préparée pour le Commissariat Général du Plan (CGP), Gollier (2005) démontre à l'aide d'un modèle d'optimisation inter-temporel en incertitude, le bien-fondé de la méthodologie dans un contexte de maximisation de la richesse collective.

Le texte de Gollier s'inscrit dans le processus de révision par le CGP du taux d'actualisation utilisé pour l'évaluation de projets publics en France. Le document fournit une réponse au débat entourant la détermination d'un taux unique d'actualisation applicable à un éventail de projets de niveaux de risques différents. Comme nous, l'auteur propose un taux d'actualisation unique (taux reflétant la préférence temporelle) mais appliqué à des flux monétaires préalablement ajustés pour le risque (équivalents certains).

L'objectif de Gollier est aussi de proposer une méthodologie d'évaluation de projets à des décideurs du secteur public qui doivent souvent concilier des intérêts conflictuels. L'emphase est mise sur le développement d'une méthodologie rigoureuse et cohérente avec la maximisation du bien-être collectif et qui évite la tentation des ajustements ad-hoc.

En prenant l'exemple du développement durable, on démontre qu'il est possible avec ce modèle de fournir une réponse aux inquiétudes que suscite le calcul économique chez les défenseurs de projets à bénéfices éloignés dans le temps, notamment les projets de développement durable et les projets liés aux changements climatiques. Selon l'auteur, la réponse se trouve dans la détermination du taux de préférence temporelle qui « *...reflète l'effort que la société est prête à fournir afin d'améliorer le bien-être futur...* ». Gollier montre que le taux d'actualisation socialement efficace se décompose en trois composantes :

- le taux de préférence pur pour le présent, qui a un rôle analogue au taux sans risque constant utilisé dans nos exemples;
- l'effet richesse qui augmente la valeur d'un dollar aujourd'hui si les agents anticipent une hausse future de la richesse; il conviendra alors d'utiliser un taux d'actualisation plus élevé pour les périodes éloignées;
- l'effet incertitude ou l'effet précaution qui augmente la valeur d'un dollar demain d'autant plus que l'incertitude macroéconomique sur l'avenir est grande (équivalent certain de la richesse future plus faible); il conviendra alors d'utiliser un taux d'actualisation plus faible pour les périodes éloignées.

Tel que mentionné, le taux de préférence temporelle reflète l'effort que nous sommes prêts à fournir aujourd'hui pour le bien-être des générations futures et rien ne contraint ce taux à être constant. Le niveau du taux de préférence temporelle dépendra de la richesse anticipée des générations futures et du niveau d'incertitude entourant cette richesse. Par conséquent, la structure à terme de ce taux n'est pas nécessairement plate. En effet, si on anticipe que la croissance de la richesse diminuera dans le temps ou que l'incertitude entourant cette croissance augmentera, le taux de préférence temporelle sera une fonction décroissante du temps.

6. CONCLUSION

Nous avons montré dans cet article à l'aide d'exemples simples et révélateurs que la méthode de la valeur actualisée nette VAN telle qu'utilisée couramment dans les entreprises privées et publiques viole plusieurs principes de la création de valeur. Ainsi, une application systématique de cette méthode dans l'évaluation et le choix de projets amènera les gestionnaires d'entreprise à commettre deux types d'erreur : d'abord, à accepter des projets qui réduiront la valeur de l'entreprise et à l'inverse à rejeter des projets qui augmenteraient cette valeur; ensuite, à faire le mauvais choix de projet en présence de projets mutuellement exclusifs.[8]

En effet, en présence de multiples sources de risque différentes les unes des autres, de toute évidence la situation la plus courante et présente à toutes fins utiles dans tous les projets, la méthode usuelle de la VAN ne respecte ni le principe d'additivité ni le principe d'absence d'arbitrage. Or ces deux principes sont les fondements mêmes de la finance moderne. Plutôt que de s'aventurer dans une discussion académique hermétique à une majorité de gestionnaires, nous avons « prouvé » nos avancées par des exemples qui viennent contredire la proposition à l'effet que la prise en compte correcte de ces multiples sources de risque ne changerait pas les décisions de l'entreprise, une proposition trop souvent véhiculée de manière plus ou moins explicite par ceux là mêmes qui ont la responsabilité de mettre en place des processus de décision rigoureux et efficaces en matière de choix de projets. Rien n'est à la fois plus candide, plus réconfortant et plus faux.

Références

Borison, Adam (2003), « Real Options Analysis. Where are the Emperor's Clothes? » *Working Paper*, Stanford University.

Boyer, Marcel, Boyer, M. Martin, and Garcia, René (2005), « The Value of Real and Financial Risk Management », CIRANO.

Boyer, Marcel, Christoffersen, Peter, Lasserre, Pierre, and Pavlov, Andrey (2003), « Création de valeur, gestion de risque et options réelles », CIRANO 2003RB-01 (english version 2003RB-02).

Gollier, Christian (2005), « Comment intégrer le risque dans le calcul économique? », Université de Toulouse (IDEI et LERNA).

Hull, John C. 2003. *Options Futures and Other Derivatives*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey. 744p.

Ross, Stephen A. 2004. *Neoclassical Finance*. Princeton University Press. Princeton, New Jersey, 102 pages.

Ross, Stephen. 1978. « A Simple Approach to the Valuation of Risky Streams », *The Journal of Business*, 51(3), 453-475.

Salahor, G. 1998. « Implications of Output Price Risk and Operating Leverage for the Evaluation of Petroleum Development Projects », *The Energy Journal* 19(1) : 13-46.

Samis, Michael, David Laughton and Richard Poulin. 2003. « Risk Discounting : The Fundamental Difference Between the Real Options and Discounted Cash Flow Project Valuation Methods », *Kuiseb Minerals Consulting Working Paper*.

Sick, Gordon. 1995. « Real Options », in R. Jarrow et al., Eds., *Handbooks in Operations Research & Management Science*, Vol. 9 : 631-691.

Sick, Gordon. 2005. *Valuation and Capital Budgeting*, University of Calgary (en préparation).

Varian, Hal R. 1987. « The Arbitrage Principle in Financial Economics. » *Journal of Economic Perspectives*, 1(2), 55-72.

Notes

1. En anglais, O-NPV pour "*Optimized Net Present Value*."

2. Notons que les organisations appliquent la VAN à taux unique car c'est typiquement cette méthode qui est enseignée dans les écoles de commerce. En effet, on y met surtout l'emphase sur la « mécanique » de l'actualisation sans aborder la notion de risque de façon suffisamment rigoureuse.

3. Ces deux formes sont théoriquement équivalentes mais peuvent exiger différents efforts dans des cas particuliers.

4. Les quantités de gaz naturel se mesurent en milliers de pieds cubes (*mcf*) ou en millions de pieds cubes (*mmcf*).

5. Le principe d'Hotelling veut que la valeur actualisée de la mine est donnée par (10) sous l'hypothèse qu'elle est opérée et gérée de manière optimale : la valeur actualisée d'une once d'or extraite en $t = t_1$ doit, par le principe d'arbitrage, être la même que celle d'une once d'or extraite en toute autre période t. Ainsi, toute once d'or extraite dans le plan optimal d'extraction doit avoir la même valeur actualisée que la valeur $(S - E)$ de l'once d'or extraite en période présente, d'où l'expression (10).

6. Notons : dt est équivalent à dire que Δt tend vers zéro.

7. Alternativement on peut écrire le MÉDAF (25) à N facteurs comme suit, où $ER_i = r_i$ et V_i est la valeur de la firme :

$V_i ER_i = V_i r_f + \sum_{j=1}^{N} V_i \beta_{ij} (ER_j - r_f) = V_i r_f + \sum_{j=1}^{N} \frac{Cov(cf_i, R_j)}{\sigma_j^2} (ER_j - r_f)$ Cette expression peut également s'écrire comme suit : $V_i ER_i = V_i r_f + \sum_{j=1}^{N} \rho_{ij} \sigma_i \frac{(ER_j - r_f)}{\sigma_j}$, où σ mesure la volatilité des flux financiers de la firme, σ mesure la volatilité du rendement du j-ième facteur de risque, $\rho\ \sigma$ est une mesure du risque du projet i associé au facteur j et $\frac{(ER_j - r_f)}{\sigma_j}$ est le prix du risque y correspondant. Voir Boyer, Boyer et Garcia (2005) pour une analyse de la valeur de la gestion des risques basée sur une telle approche.

8. L'application systématique et usuelle de la VAN néglige en plus une autre source de création valeur, à savoir les options réelles qui apparaissent dans pratiquement tous les projets, en particulier ceux (i) à caractère irréversible (lorsqu'il y a un coût significatif à changer d'idée et faire marche arrière), (ii) où une certaine flexibilité de gestion existe dans la réalisation du projet, (iii) en présence d'un environnement futur incertain. En plus des deux types d'erreur mentionnés ci-dessus, deux autres types d'erreur spécifiques sont couramment commises: d'abord, on néglige systématiquement d'évaluer ces options réelles qui sont des sources de valeur au même titre que les flux financiers; ensuite on néglige la conception optimisée d'un projet en y incorporant le cas échéant des options réelles qui peuvent faire la différence entre la maximisation de la valeur de l'entreprise et une gestion simplement satisfaisante. Pour une introduction aux options réelles, voir Boyer, Christoffersen, Lasserre, Pavlov (2003) : http://www.cirano.qc.ca/pdf/publication/2003RB-01.pdf