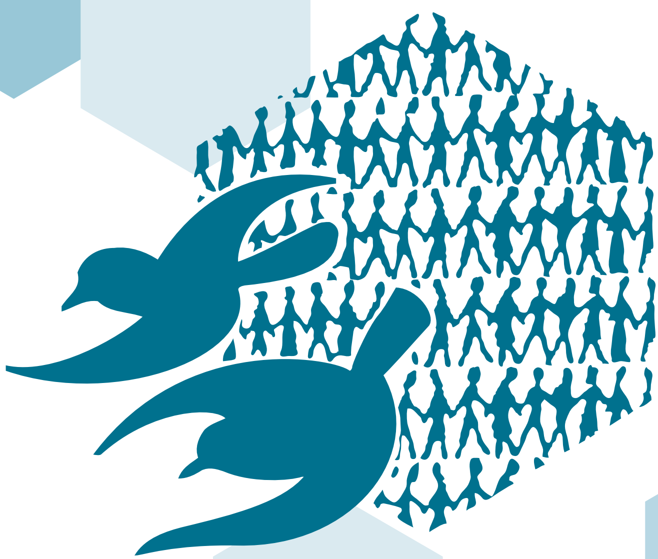
Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes

Séminaire international d'Aranjuez (27-30 septembre 1994)



ASSOCIATION INTERNATIONALE DES DÉMOGRAPHES DE LANGUE FRANÇAISE

AIDELF

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

Modèle intergénérationnel et famille : quelques pistes à explorer

Claude DIONNE
Bureau de la Statistique du Québec, Canada

Introduction

Il existe une discontinuité gênante entre la démographie générale et la démographie familiale. La première relie la fécondité, la mortalité et la structure par âge grâce à des modèles plutôt esthétiques. Le modèle de Lotka et la matrice de projection de Leslie en sont des exemples. Par ailleurs, la démographie historique, avec notamment Louis Henry, s'est intéressée à la constitution des familles, se servant du concept des probabilités d'agrandissement des familles. Les deux approches ne se rejoignent pas encore, bien que des travaux très intéressants et prometteurs aient été réalisés : outre Henry, citons Rallu, Bongaarts et Ledent dans le domaine des prévisions, et Keyfitz dans le domaine des populations stables. Il se fait aussi des études intéressantes dans le domaine des micro-simulations (à Statistique Canada, par exemple) et en démographie historique (à l'Université de Montréal, notamment).

La terminologie démographique a emprunté à celle de la généalogie et de la famille, mais au prix de certaines ambigüités. Ainsi la descendance s'applique en démographie non pas seulement à des mères réelles, mais à des cohortes ou des promotions de femmes dont certaines n'auront jamais d'enfant. La génération désigne une cohorte de naissances, mais aussi par lien de fécondité une pondération de cohortes responsables de la production de ces naissances.

Signalons enfin le fameux problème des deux sexes qui se manifeste tant dans l'analyse des familles que dans les modèles de démographie générale. Dans cette communication, nous adopterons une approche à dominance féminine.

En examinant les liens d'ascendance et de descendance qui existent entre les diverses cohortes d'une population, compte tenu des taux de fécondité par âge, il est possible d'établir un modèle démographique général, par lequel fécondité, mortalité et structure par âge sont interdépendantes. Contrairement au modèle de Lotka, qui est dynamique et suit la flèche du temps, le modèle intergénérationnel est statique et fonctionne a

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

posteriori. Il ne requiert pas l'hypothèse de constance des phénomènes comme dans le cas des populations stables, mais exige plus de données.

Je vais d'abord vous présenter de façon succincte le modèle intergénérationnel, et examinerai ensuite quelques pistes pour y intégrer la considération des familles. Au stade où j'en suis, je n'intégrerai pas la nuptialité au modèle, mais je m'occuperai systématiquement de la translation entre les données transversales et les données longitudinales.

Le modèle intergénérationnel général

Le tableau 1 illustre les relations d'ascendance et de descendance entre les diverses cohortes d'une population féminine. On voit que la cohorte de 5-9 ans est fille d'une partie des cohortes de 20-24 ans, 25-29 ans, jusqu'à 55-59 ans. En sens inverse, on voit que la cohorte de femmes de 60-64 ans a participé à la constitution des cohortes de 45-49 ans, 40-44 ans, jusqu'à 10-14 ans. On remarquera que toutes les cohortes filles jusqu'à 45-49 ans peuvent être définies en fonction de leurs cohortes mères, qui sont présentes, mais qu'à partir de la cohorte fille de 50-54 ans, l'ensemble des cohortes mères impliquées n'est pas complet, certaines d'entre elles (ou toutes) ayant plus de cent ans. C'est la raison pour laquelle nous ferons appel aux relations d'ascendance pour établir les effectifs des cohortes de 50 ans et plus.

TABLEAU 1 - RELATIONS ENTRE COHORTES MERES ET COHORTES FILLES
(TAUX BASES SUR POPULATION FINALE)

Par descendance	
Cohortes filles	**Cohortes mères**
0-4 ans	15-19 à 50-54 ans
5-9 ans	20-24 à 55-59 ans
10-14 ans	25-29 à 60-64 ans
...	...
45-49 ans	60-64 à 95-99 ans
50-54 ans	65-69 à 100-104 ans
Par ascendance	
Cohortes mères	**Cohortes filles**
50-54 ans	0-4 à 35-39 ans
55-59 ans	5-9 à 40-44 ans
60-64 ans	10-14 à 45-49 ans
...	...
90-94 ans	40-44 à 75-79 ans
95-99 ans	45-49 à 80-84 ans

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

TABLEAU 2

EQUATIONS DE DESCENDANCE

$$L_0R_0p_{15}X_{15} + L_0R_0p_{20}X_{20} + L_0R_0p_{25}X_{25} + \cdots + L_0R_0p_{50}X_{50} = X_0$$

$$L_5R_5p_{15}\frac{L_{15}}{L_{20}}X_{20} + L_5R_5p_{20}\frac{L_{20}}{L_{25}}X_{25} + \cdots + L_5R_5p_{45}\frac{L_{45}}{L_{50}}X_{50} + L_5R_5p_{50}\frac{L_{50}}{L_{55}}X_{55} = X_5$$

$$L_{10}R_{10}p_{15}\frac{L_{15}}{L_{25}}X_{25} + \cdots + L_{10}R_{10}p_{40}\frac{L_{40}}{L_{50}}X_{50} + L_{10}R_{10}p_{45}\frac{L_{45}}{L_{55}}X_{55} + L_{10}R_{10}p_{50}\frac{L_{50}}{L_{60}}X_{60} = X_{10}$$

EQUATIONS D'ASCENDANCE

$$\frac{p_{50}}{L_0R_0}X_0 + \frac{p_{45}\frac{L_{50}}{L_{45}}}{L_5R_5}X_5 + \frac{p_{40}\frac{L_{50}}{L_{40}}}{L_{10}R_{10}}X_{10} + \cdots + \frac{p_{15}\frac{L_{50}}{L_{15}}}{L_{35}R_{35}}X_{35} = X_{50}$$

$$\frac{p_{50}\frac{L_{55}}{L_{50}}}{L_5R_5}X_5 + \frac{p_{45}\frac{L_{55}}{L_{45}}}{L_{10}R_{10}}X_{10} + \cdots + \frac{p_{20}\frac{L_{55}}{L_{20}}}{L_{35}R_{35}}X_{35} + \frac{p_{15}\frac{L_{55}}{L_{15}}}{L_{40}R_{40}}X_{40} = X_{55}$$

$$\frac{p_{50}\frac{L_{60}}{L_{50}}}{L_{10}R_{10}}X_{10} + \cdots + \frac{p_{25}\frac{L_{60}}{L_{25}}}{L_{35}R_{35}}X_{35} + \frac{p_{20}\frac{L_{60}}{L_{20}}}{L_{40}R_{40}}X_{40} + \frac{p_{15}\frac{L_{60}}{L_{15}}}{L_{45}R_{45}}X_{45} = X_{60}$$

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

Supposons une population féminine fermée. Définissons L_0 comme désignant les survivantes de la table à 0-4 ans, L_5 les survivantes à 5-9 ans, et ainsi de suite. Par ailleurs, R_0 représente le taux brut de reproduction de la période 0-4 ans qui vient de se terminer, R_5 celui de la période 5-9 ans qui précède etc. Les taux de reproduction et de fécondité sont calculés sur des populations de fin de période. Les proportions p_{15}, p_{20},.et p_{50} répartissent les taux de reproduction en taux par groupe d'âge en fin de période. Enfin X_0, X_5, X_{10}, etc., représentent les populations de 0-4 ans, 5-9 ans, 10-14 ans, au moment présent.

Les équations de descendance du tableau 2 illustrent comment on peut obtenir les cohortes filles à partir de leurs cohortes mères. Prenons la cohorte de 5-9 ans. On commence par ramener les cohortes mères actuelles aux âges qu'elles avaient en fin de période ou elles ont accouché de ces enfants, et ce, en leur appliquant des inverses de survie, puis on leur applique la fécondité de cette période; on obtient ainsi des naissances que l'on fait survivre jusqu'à 5-9 ans en leur appliquant L_5. En additionnant les colonnes du système d'équations, on s'aperçoit que l'on obtient les filles survivantes par cohorte mère. Le décalage des équations fournit un procédé de translation entre le longitudinal et le transversal.

Dans les équations d'ascendance, on se sert des cohortes filles pour retracer les cohortes mères. Prenons la cohorte qui a maintenant 55-59 ans. Elle a participé à la constitution des cohortes filles de 5-9 ans à 40-44 ans. Chacune de ces cohortes filles est d'abord ramenée à son effectif de naissances. En divisant chaque effectif de naissances par le taux brut de reproduction correspondant, on obtient l'ascendance de cet effectif (ou la génération moyenne selon le concept de Calot). Ensuite, on attribue pour chaque ascendance la part de la cohorte de 55-59 ans dans cette ascendance. Mais ce n'est pas fini, il faut encore tenir compte de la mortalité entre les moments de la reproduction et le moment présent, et c'est ce qui explique la présence des rapports de survie dans les équations.

Avec dix équations de descendance pour définir les dix premiers groupes d'âge et dix équations d'ascendance pour les dix derniers groupes d'âge, on obtient un système déterminé. Connaissant les données de survie et de fécondité, on peut en déduire la structure par âge de la population. On en trouvera une illustration au tableau 3.

Les relations de descendance et d'ascendance s'expriment mieux sous forme matricielle. Nous allons donc définir nos matrices de base pour construire notre modèle. Ce sont :

$$L = \begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 & . \\ 0 & L_5 & 0 & . \\ 0 & 0 & L_{10} & . \\ . & . & . & . \end{bmatrix}$$

où L_0 représente les survivantes du groupe 0-4 ans, L_5 les survivantes à 5-9 ans, etc.

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

$$R = \begin{bmatrix} R_0 & 0 & 0 & . \\ 0 & R_5 & 0 & . \\ 0 & 0 & R_{10} & . \\ . & . & . & . \end{bmatrix}$$

où chaque R est le taux brut de reproduction du moment ou d'une cohorte; la définition variera et sera précisée selon l'utilisation qui en sera faite.

$$N = \begin{bmatrix} N_0 & 0 & 0 & . \\ 0 & N_5 & 0 & . \\ 0 & 0 & N_{10} & . \\ . & . & . & . \end{bmatrix}$$

où N_0 correspond aux naissances à l'origine de la cohorte 0-4 ans, N_5 aux naissances à l'origine des effectifs de 5-9 ans, etc.

La matrice P de répartition de la fécondité des périodes ou des générations :

$$p = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & p_{15} & p_{20} & p_{25} & \cdots & p_{50} & 0 & . \\
0 & 0 & 0 & 0 & p_{15}\frac{L_{15}}{L_{20}} & p_{20}\frac{L_{20}}{L_{25}} & \cdots & p_{45}\frac{L_{45}}{L_{50}} & p_{50}\frac{L_{50}}{L_{55}} & . \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{15}\frac{L_{15}}{L_{25}} & \cdots & p_{40}\frac{L_{40}}{L_{50}} & p_{45}\frac{L_{45}}{L_{55}} & . \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & p_{35}\frac{L_{35}}{L_{50}} & p_{40}\frac{L_{40}}{L_{55}} & . \\
. & . & . & . & . & . & \cdots & . & . & . \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & p_{15}\frac{L_{15}}{L_{50}} & p_{20}\frac{L_{20}}{L_{55}} & . \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & p_{15}\frac{L_{15}}{L_{55}} & . \\
. & . & . & . & . & . & \cdots & . & . & .
\end{bmatrix}$$

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

TABLEAU 3 - DONNEES DE BASE

Groupe d'âges ou période	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
L_x	0,97757	0,97313	0,97115	0,96914	0,96657	0,96354	0,95957	0,95406	0,94568	0,93252
R_x	1,2	1,1	1,4	1,3	1,2	1,5	1,6	1,4	1,2	1,3
p_x	0	0	0	0,05	0,20	0,25	0,25	0,15	0,07	0,02
Matrice générale d'ascendance-descendance	0,00000	0,00000	0,00000	0,05865	0,23462	0,29327	0,29327	0,17596	0,08212	0,02346
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,05366	0,21476	0,26872	0,26915	0,16199	0,07599
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,06838	0,27391	0,34328	0,34489	0,20865
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,06362	0,25528	0,32092	0,32411
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,05891	0,23710	0,29962
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,07406	0,29962
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,07978
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
	0,00852	0,01827	0,04964	0,11378	0,20479	0,16367	0,12287	0,03522	0,00000	0,00000
	0,00000	0,00902	0,01388	0,05169	0,11927	0,15861	0,14870	0,13631	0,04000	0,00000
	0,00000	0,00000	0,00671	0,01417	0,05311	0,09053	0,14123	0,16167	0,15175	0,03542
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00663	0,01408	0,03900	0,07799	0,14855	0,17413	0,12999
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00625	0,00981	0,03188	0,07784	0,15183	0,14154
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00396	0,00729	0,02893	0,07232	0,11219
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00248	0,00558	0,02266	0,04505
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00146	0,00336	0,01086
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00072	0,00132
	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00009
Vecteur de droite	0,08499	0,07529	0,08880	0,07535	0,06531	0,07896	0,08105	0,06759	0,05491	0,05604
Vecteur de gauche	0,00061	0,00199	0,00515	0,01384	0,0301	0,0368	0,04514	0,05639	0,06715	0,06693

Racine dominante : 1,00033.

Note : la valeur attendue de la racine dominante est 1 exactement.

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

									Groupe d'âges ou période
50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
									L_x
0,91172	0,87988	0,83226	0,76159	0,66132	0,52201	0,34736	0,17778	0,07446	0,01000
									R_x
1,3	1,4	1,6	1,2	1,0	0,9	1,1	1,3	1,3	1,4
									p_x
0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0
									Matrice générale d'ascendance-descendance
0,01173	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,02190	0,01109	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,09872	0,02882	0,01489	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,19776	0,09479	0,02823	0,01508	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,30519	0,18865	0,09226	0,02840	0,01599	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,38187	0,39405	0,24852	0,12563	0,04076	0,02524	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,32554	0,42032	0,44254	0,28849	0,15368	0,05485	0,04030	0,00000	0,00000	0,00000
0,07099	0,29346	0,38659	0,42072	0,28904	0,16938	0,07171	0,06850	0,00000	0,00000
0,00000	0,06250	0,26359	0,35893	0,41165	0,31111	0,21627	0,11905	0,13895	0,00000
0,00000	0,00000	0,07058	0,30771	0,44157	0,55711	0,49944	0,45140	0,30364	1,10525
0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,03315	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,11545	0,02770	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,11427	0,08768	0,02022	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,07636	0,07316	0,05398	0,01961	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,02358	0,03760	0,03464	0,04025	0,01387	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,00465	0,00950	0,01457	0,02114	0,02330	0,00818	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,00018	0,00060	0,00118	0,00285	0,00392	0,00440	0,00135	0,00000	0,00000	0,00000
									Vecteur de droite
0,05370	0,04956	0,04496	0,03948	0,03286	0,02450	0,01527	0,00762	0,00329	0,00047
									Vecteur de gauche
0,07136	0,07582	0,0829	0,09069	0,08395	0,07168	0,05389	0,04205	0,02964	0,07395

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

La matrice de descendance, avec des données transversales, s'écrit comme suit :

$$C_d = (L\ R\ P)\ (LN) \qquad \text{(I)}$$

$$c_d = \qquad \text{(Ia)}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & L_0 R_0 p_{15} L_{15} N_{15} & L_0 R_0 p_{20} L_{20} N_{20} & L_0 R_0 p_{25} L_{25} N_{25} & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_5 R_5 p_{15} \frac{L_{15}}{L_{20}} L_{20} N_{20} & L_5 R_5 p_{20} \frac{L_{20}}{L_{25}} L_{25} N_{25} & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{10} R_{10} p_{15} \frac{L_{15}}{L_{30}} L_{25} N_{25} & . \\ . & . & . & . & . & . & . \end{bmatrix}$$

Avec des données longitudinales, la matrice de descendance est ainsi définie :

$$G_d = LPR\ (LN) \qquad \text{(II)}$$

$$G_d = \qquad \text{(IIa)}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & L_0 P_{15} R_{15} & L_0 P_{20} R_{20} & L_0 P_{25} R_{25} & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_0 P_{15} \frac{L_{15}}{L_{20}} R_{20} & L_5 P_{20} \frac{L_{20}}{L_{25}} R_{25} & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{10} P_{15} \frac{L_{15}}{L_{25}} R_{25} & . \\ . & . & . & . & . & . & . \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_0 N_0 & 0 & 0 & . \\ 0 & L_5 N_5 & 0 & . \\ 0 & 0 & L_{10} N_{10} & . \\ . & . & . & . \end{bmatrix}$$

Par ailleurs, les matrices d'ascendance peuvent être aussi définies selon des vues transversales et longitudinales. La matrice conjoncturelle ou transversale s'écrit :

$$C_a = P'_s\ R^{-1}\ L^{-1}\ (LN) \qquad \text{(III)}$$

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

La matrice C_a peut être illustrée ainsi :

$$C_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . \\ \frac{p_{15}}{L_0 R_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & . \\ \frac{p_{20}}{L_0 R_0} & \frac{p_{15}\frac{L_{20}}{L_{15}}}{L_5 R_5} & 0 & 0 & 0 & . \\ \frac{p_{25}}{L_0 R_0} & \frac{p_{20}\frac{L_{25}}{L_{20}}}{L_5 R_5} & \frac{p_{15}\frac{L_{25}}{L_{15}}}{L_{10} R_{10}} & 0 & 0 & . \\ \frac{p_{30}}{L_0 R_0} & \frac{p_{25}\frac{L_{30}}{L_{25}}}{L_5 R_5} & \frac{p_{20}\frac{L_{30}}{L_{20}}}{L_{10} R_{10}} & \frac{p_{15}\frac{L_{30}}{L_{15}}}{L_{15} R_{15}} & 0 & . \\ . & . & . & . & . & . \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_0 N_0 & 0 & 0 & 0 & . \\ 0 & L_5 N_5 & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & L_{10} N_{10} & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & L_{15} N_{15} & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . \\ . & . & . & . & . \end{bmatrix} \qquad \text{(IIIa)}$$

En longitudinal, la matrice d'ascendance s'écrit :

$$G_a = P_s' \, R^{-1} \, L^{-1} \, (LN) \qquad \text{(IV)}$$

$$G_a = \qquad \text{(IVa)}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot \\ \frac{p_{15}}{L_0 R_{15}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot \\ \frac{p_{20}}{L_0 R_{20}} & \frac{p_{15}\frac{L_{20}}{L_{15}}}{L_5 R_{20}} & 0 & 0 & 0 & \cdot \\ \frac{p_{25}}{L_0 R_{25}} & \frac{p_{20}\frac{L_{25}}{L_{20}}}{L_5 R_{25}} & \frac{p_{15}\frac{L_{25}}{L_{15}}}{L_{10} R_{25}} & 0 & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_0 N_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . \\ 0 & L_5 N_5 & 0 & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & L_{10} N_{10} & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & L_{15} N_{15} & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{20} N_{20} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . \\ . & . & . & . & . & . \end{bmatrix}$$

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

Idéalement, les proportions p devraient exprimer la distribution des naissances selon le groupe d'âge des mères, mais cette donnée n'est habituellement pas disponible, du moins pour tous les groupes d'âge. Toutefois, l'utilisation de proportions p qui distribuent par groupe d'age le taux brut de reproduction, en transversal ou en longitudinal, donne une très bonne cohérence entre l'ascendance et la descendance. Ainsi, dans le modèle général, dans lequel on combine dix équations de descendance et dix équations d'ascendance, on fait correspondre simultanément les effectifs de naissance et les ascendances (ou effectifs de la génération moyenne); de même, toutes les descendances des cohortes mères présentes sont respectées par les effectifs des cohortes filles. La seule partie estimative touche les filles dont les cohortes mères ont 100 ans et plus. Si l'on admet que les proportions p appliquées aux cohortes filles de 50 ans et plus, et qui servent à estimer les effectifs des cohortes de 65 ans et plus, ne seraient pas modifiées si on tenait compte de la fécondité des 100 ans et plus, alors le modèle donne un résultat bien déterminé. En somme, le modèle contrôle l'intensité de la fécondité, la majeure partie du calendrier de cette fécondité, mais pas l'influence qu'ont pu avoir les cohortes de 100 ans et plus sur la répartition des cohortes filles de 50 ans et plus selon l'âge de leurs mères.

Le modèle général permet d'établir un système de dépendance entre la mortalité, la fécondité et la structure d'âge. Si l'une des trois n'est pas connue, on peut la déduire des autres. On peut penser à toutes sortes d'applications, comme la construction de populations types tenant compte de transitions démographiques, l'emploi de relations d'ascendance et de descendance pour analyser les dépendances économiques et surtout le recours à ce modèle pour la correction de données ou l'estimation de données manquantes.

Le modèle par rang de naissance

Il peut paraître téméraire de vouloir intégrer le modèle intergénérationnel et la démographie familiale. Je ne couvrerai certainement pas l'ensemble de la démographie familiale, mais j'essaierai simplement d'explorer certaines pistes qui permettent de relier les liens intergénérationnels à la constitution des familles par reproduction.

Nous allons nous limiter au point de vue de la descendance, c'est-à-dire à la constitution des cohortes filles, car la connaissance du rang de naissance est moins intéressante chez les cohortes mères. L'approche consiste à fractionner les éléments de nos matrices en rangs de naissance, et surtout à profiter de notre procédé de translation.

Nous illustrerons nos matrices en ne considérant que trois rangs de naissance et des groupes d'âge quinquennaux, sachant qu'une application concrète devrait être plus précise. De même, nous traiterons ensemble les garçons et les filles, sachant qu'il faudrait leur appliquer des survies différentes. La matrice diagonale LN est remplacée par la diagonale ${}_{r}X$, dans laquelle les effectifs des cohortes paraissent trois fois ($X_0,X_0,X_0,X_5,X_5,X_5,...$), la

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

matrice de survie comporte la même répétition, alors que les matrices ${}_rP$ et ${}_rR$ sont éclatées en rangs de naissance.

Vue en conjoncturel, la matrice de descendance par rang se formule ainsi :

$$ {}_rC_d = {}_rL\ {}_rR\ {}_rP\ {}_rX \qquad \text{(V)} $$

Cette matrice est illustrée au tableau 4. La somme des éléments en ligne, jusqu'au groupe 45-49 ans, donne les enfants par âge et sexe dans la population. Après 50 ans, il manque les enfants des femmes qui auraient plus de 99 ans aujourd'hui.

Nous pouvons construire une matrice de descendance selon le rang de la même manière, avec des données longitudinales :

$$ {}_rG_d = {}_rL\ {}_rR\ {}_rP\ {}_rX \qquad \text{(VI)} $$

Cette matrice est illustrée aussi au tableau 4. Elle ressemble à la matrice ${}_rC_d$, à ceci près qu'elle comporte des ${}_rR$ et des séries de ${}_rP$ qui varient selon les colonnes (les cohortes mères) et non les lignes (les périodes).

Il est intéressant de tirer d'autres mesures du tableau de descendance. La somme de chaque colonne donne les enfants survivants de rangs 1, 2 et 3 issus des cohortes mères de 15-19 ans, 20-24 ans, et ainsi de suite. On peut aussi déduire d'autres données. Appelons, pour chaque cohorte mère, f_1 la somme des enfants de rang 1, f_2 la somme des enfants de rang 2 pour cette même cohorte et f_3 la somme des enfants de rang 3 et plus. Si l'on prémultiplie la matrice de descendance par l'inverse de L, autrement dit, si on élimine les décès des enfants, les sommes en colonne nous donnent les descendances atteintes, par rang, des cohortes mères. On déduit les effectifs des femmes par groupe d'âge et parité. Par exemple, à 15-19 ans :

${}_0F_{15} = X_{15} - f_1 =$	femmes de 15-19 ans n'ayant pas eu d'enfant
${}_1F_{15} = f_1 - f_2 =$	femmes de 15-19 ans ayant un enfant seulement
${}_2F_{15} = f_2 - f_3(m) =$	femmes de 15-19 ans avec deux enfants
${}_3F_{15} = f_3(m) =$	femmes de 15-19 ans avec trois enfants ou plus

Le facteur m corrige f_3 du fait que le rang 3 comprend les rangs supérieurs. Pour les groupes d'âge suivants, on obtient de la même façon les femmes par parité, mais selon leur parité aux moments des naissances. Si l'on désire obtenir les femmes survivantes aujourd'hui par parité, on n'a qu'à éliminer les rapports de survie dans la matrice ${}_rC_d$.

La matrice de descendance par rang permet donc de connaître :

– les effectifs de population par rang de naissance et groupe d'âge, de façon exhaustive jusqu'à 50 ans;

– les enfants déjà nés, ou bien survivants, par groupe d'âge et rang de naissance, selon le groupe d'âge des mères;

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

TABLEAU 4

MATRICE DE DESCENDANCE PAR RANG DE NAISSANCE
(TAUX EN TRANSVERSAL)

$$
\begin{bmatrix}
. & 0 & L_{0\,1}P_{15\,1}R_0 & 0 & 0 & L_{0\,1}P_{20\,1}R_0 & 0 & 0 & L_{0\,1}P_{25\,1}R_0 & 0 & 0 & . \\
. & 0 & 0 & L_{0\,2}P_{15\,2}R_0 & 0 & 0 & L_{0\,2}P_{20\,2}R_0 & 0 & 0 & L_{0\,2}P_{25\,2}R_0 & 0 & . \\
. & 0 & 0 & 0 & L_{0\,3}P_{15\,3}R_0 & 0 & 0 & L_{0\,3}P_{20\,3}R_0 & 0 & 0 & L_{0\,3}P_{25\,3}R_0 & . \\
. & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{5\,1}P_{15\,1}R_5\dfrac{L_{15}}{L_{20}} & 0 & 0 & L_{5\,1}P_{20\,1}R_5\dfrac{L_{20}}{L_{25}} & 0 & 0 & . \\
. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{5\,2}P_{15\,2}R_5\dfrac{L_{15}}{L_{20}} & 0 & 0 & L_{5\,2}P_{20\,2}R_5\dfrac{L_{20}}{L_{25}} & 0 & . \\
. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{5\,3}P_{15\,3}R_5\dfrac{L_{15}}{L_{20}} & 0 & 0 & L_{5\,3}P_{20\,3}R_5\dfrac{L_{20}}{L_{25}} & . \\
. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{10\,1}P_{15\,1}R_{10}\dfrac{L_{15}}{L_{25}} & 0 & 0 & . \\
. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{10\,2}P_{20\,2}R_{10}\dfrac{L_{15}}{L_{25}} & 0 & . \\
. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{10\,3}P_{20\,3}R_{10}\dfrac{L_{15}}{L_{25}} & . \\
. & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & .
\end{bmatrix}
$$

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

MATRICE DE DESCENDANCE PAR RANG DE NAISSANCE
(TAUX EN LONGITUDINAL)

$$\begin{bmatrix}
. & 0 & L_{0\,1}P_{15\,1}R_{15} & 0 & 0 & L_{0\,1}P_{20\,1}R_{20} & 0 & 0 & L_{0\,1}P_{25\,1}R_{25} & 0 & 0 & . \\
. & 0 & 0 & L_{0\,2}P_{15\,2}R_{15} & 0 & 0 & L_{0\,2}P_{20\,2}R_{20} & 0 & 0 & L_{0\,2}P_{25\,2}R_{25} & 0 & . \\
. & 0 & 0 & 0 & L_{0\,3}P_{15\,3}R_{15} & 0 & 0 & L_{0\,3}P_{20\,3}R_{0} & 0 & 0 & L_{0\,3}P_{25\,3}R_{25} & . \\
. & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{5\,1}P_{15\,1}R_{20}\frac{L_{15}}{L_{20}} & 0 & 0 & L_{5\,1}P_{20\,1}R_{25}\frac{L_{20}}{L_{25}} & 0 & 0 & . \\
. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{5\,2}P_{15\,2}R_{20}\frac{L_{15}}{L_{20}} & 0 & 0 & L_{5\,2}P_{20\,2}R_{25}\frac{L_{20}}{L_{25}} & 0 & . \\
. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{5\,3}P_{15\,3}R_{20}\frac{L_{15}}{L_{20}} & 0 & 0 & L_{5\,3}P_{20\,3}R_{25}\frac{L_{20}}{L_{25}} & . \\
. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{10\,1}P_{15\,1}R_{25}\frac{L_{15}}{L_{25}} & 0 & 0 & . \\
. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{10\,2}P_{20\,2}R_{25}\frac{L_{15}}{L_{25}} & 0 & . \\
. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{10\,3}P_{20\,3}R_{25}\frac{L_{15}}{L_{25}} & . \\
. & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & .
\end{bmatrix}$$

Note : En transversal, R varie selon les lignes; en longitudinal, R varie selon les colonnes.

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

– les effectifs féminins survivants soit au moment présent soit ramenés aux périodes de maternité, selon la parité, jusqu'à 95-99 ans.

Toutes ces données ne seront évidemment connues que si l'on dispose des effectifs de population féminine selon les groupes d'âge. Supposons que nous nous donnions des taux de fécondité par rang et âge ainsi que des taux de survie et que nous cherchions une structure d'âge et de parité qui y soit associée. Il sera alors impossible d'obtenir par descendance un système déterminé de 60 équations pour 20 groupes d'âge et 3 rangs de naissance. La façon la plus simple de procéder, c'est d'établir d'abord la structure d'âge à l'aide du modèle général, puis d'appliquer le modèle de descendance par rang pour déduire les femmes selon leur parité.

On peut aussi construire une matrice d'ascendance par rang si l'on dispose des rangs de naissance pour les cohortes filles. Mais c'est rarement le cas. Une autre façon de procéder, c'est de travailler avec des taux de reproduction globaux (de tous rangs), mais de redéfinir les proportions p de façon qu'elles distribuent à la fois selon l'âge et le rang les taux de reproduction. Ainsi l'addition, quant aux âges et aux rangs, de tous les p relatifs à un taux de reproduction donne l'unité. Une matrice ainsi construite est présentée à l'appendice 1. La somme des éléments d'une ligne de cette matrice d'ascendance selon le rang donnera les mères survivantes selon la parité. Toutefois, il m'apparaît plus simple d'établir d'abord la structure par âge avec le modèle tous rangs, puis de distinguer par la suite les rangs de naissance et les parités.

La connaissance des rangs de naissance et des parités des mères ne permet pas de connaître directement les intervalles d'âge entre enfants, ou, si l'on préfère, les intervalles entre naissances. Or, il s'agit là d'un élément important dans la constitution des familles.

Les intervalles entre naissances

La matrice de descendance par rang de naissance fournit, comme nous l'avons vu, les femmes selon leur parité. De plus, elle donne aussi les enfants par rang selon l'âge de la mère, de sorte qu'il est possible de calculer, par cohorte mère, l'âge moyen où elle a eu le premier, deuxième ou troisième enfant. Toutefois, le fait de soustraire l'âge moyen du premier enfant de celui du deuxième, ne donne pas l'intervalle moyen de naissance entre ces deux rangs. En effet, les femmes qui ont eu deux enfants ont eu en moyenne leur premier à un âge plus précoce que celles qui n'ont eu qu'un enfant.

Pour autant que la précocité des maternités de rang n-1 soit un indicateur de la surfécondité des femmes qui ont eu n enfants, il est possible d'estimer les intervalles de naissance. Il s'agit d'éliminer un effet de sélection qui s'est manifesté dans le rang de naissance.

Supposons, pour simplifier, que la fécondité s'achève au rang 3. Il sera possible de calculer directement l'âge moyen des mères au rang 3. Par contre, ces femmes auront eu leur deuxième enfant plus précocement que celles qui n'en ont eu que deux. En effet,

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

même si nous fonctionnons avec des taux a posteriori, on ne peut attribuer aux femmes ayant déjà eu trois enfants la possibilité d'en avoir un deuxième au cours d'une période par la suite.

L'âge moyen des mères selon le rang de naissance se distingue ainsi :

Age moyen selon la parité des mères et le rang de naissance
Parité des mères

		1	2	3
Rang de	1	${}_1A_1$	${}_2A_1$	${}_3A_1$
naissance	2	-	${}_2A_2$	${}_3A_2$
	3	-	-	${}_3A_3$

L'indice de gauche de l'âge moyen A représente la parité atteinte et celui de droite le rang de naissance. En soustrayant ${}_3A_2$ de ${}_3A_3$, on obtiendra l'intervalle moyen entre les naissances de rangs 2 et celles de rang 3. Retenons une cohorte ayant achevé sa descendance, par exemple les femmes de 50 ans révolus. Étant donné notre limite hypothétique de 3 enfants, la valeur ${}_3A_3$ s'obtient directement, si l'on débute ces naissances entre 16 et 17 ans révolus :

$${}_3A_3 = 17\ {}_3p_{17}\ {}_3R_{33} + 18\ {}_3p_{18}\ {}_3R_{32} + \ldots + 49\ {}_3p_{49}\ {}_3R_1 + 49{,}5\ {}_3p_{50}\ {}_3R_0/{}_3F$$

Nous procédons ici par année d'âge et période annuelle pour simplifier le calcul. On admet que la fécondité de troisième rang débute entre 16 et 17 ans révolus. Pour le deuxième rang, la fécondité commence un peu plus tôt et on peut calculer l'âge moyen du deuxième enfant des femmes de parité 3 :

$$\begin{aligned}{}_3A_2 = 16\ {}_2p_{16}\ {}_2R_{34} &+ 17\left({}_2p_{17}\ {}_2R_{33}\right)\left(1 - {}_3p_{17}\ {}_3R_{33}\right)\\ &+ 18\left({}_2p_{18}\ {}_2R_{32}\right)\left(1 - \sum_{17}^{18} {}_3p_x \overset{32}{\underset{33}{R}}t\right)\\ &+ 19\left({}_2p_{19}\ {}_2R_{31}\right)\left(1 - \sum_{17}^{19} {}_3p_x \overset{31}{\underset{33}{R}}t\right)\end{aligned}$$

$$+ \ldots /\ {}_2p_{16}\,{}_2R_{34} + {}_2p_{17}\left(1 - {}_3p_{17}\ {}_3R_{33}\right) + {}_2p_{18}\ {}_2R_{32}\left(1 - \sum_{17}^{18} {}_3p_x \overset{32}{\underset{33}{R}}t\right) + \ldots$$

L'idée de ce calcul est celle-ci : enlevons pour les femmes de parité 3 les durées à partir desquelles elles ont 3 enfants; puis refaisons le calcul comme si la limite était de deux enfants. Le calcul est alors basée sur des taux de seconde catégorie pour les rangs

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

inférieurs à 3. En fait, on retire de l'objet du calcul les années vécues avec trois enfants, et on reprend le calcul de l'âge moyen avec des taux de seconde catégorie[1].

L'intervalle moyen entre la deuxième et la troisième naissance s'obtient simplement par soustraction :

$$ {}_3i_{2\text{-}3} = {}_3A_3 - {}_3A_2 $$

On trouvera aussi :

$$ {}_3i_{1\text{-}2} = {}_3A_2 - {}_3A_1 $$

Le calcul de ${}_3A_1$ se fera selon le même principe, à savoir qu'il faut exclure au moment approprié les femmes de parité 3 ayant accouché de leur deuxième enfant.

Les intervalles moyens sont intéressants pour décrire le rythme de constitution des familles. Mais pour arriver à une description des familles selon la taille, l'âge et le rang de naissance des enfants, il faudra aussi connaître la distribution des intervalles entre naissances. Par exemple, sachant que certains premiers enfants ont 15 ans, quelles sont les distributions d'intervalles d'âge entre ces aînés et leurs cadets ? Le problème est alors plus difficile à résoudre, mais je crois qu'il est tout à fait soluble avec les taux par rang et âge des mères.

Jusqu'ici, nous pouvons donc compter sur un système qui donne le nombre de familles, les effectifs par âge et rang des enfants, selon l'âge des mères, ou encore les parités des mères, selon leur âge. Les pères sont absents pour l'instant, et il faudrait introduire une forme de nuptialité dans le modèle. De plus, il faudra obtenir la distribution des intervalles intergénériques pour décrire la composition des familles.

Conclusion

L'examen des relations intergénérationnelles permet de construire un modèle général de la population, qui n'exige pas l'hypothèse de constance des phénomènes démographiques. Il existe en effet un déterminisme entre structure par âge, taux de fécondité par âge et table de survie. La connaissance de deux de ces phénomènes permet de déduire le troisième. Le même déterminisme peut s'étendre aux effectifs de familles avec enfants et aux rangs de naissance si l'on peut disposer de taux de fécondité par rang. De plus, il semble bien qu'il sera possible de construire des distributions d'intervalles de naissance sous certaines hypothèses.

Les utilisations possibles vont de la théorie aux estimations ou corrections de données. On pourra par exemple construire des populations types d'après certaines

---

(1) Il est à noter que le développement algébrique de ${}_3A_2$ exprime une distribution. Les femmes de parité trois ont eu une fécondité de deuxième rang de 100%, et ce n'est pas ce qu'exprime le dénominateur de ${}_3A_2$, qui est inférieur à 1. L'inverse de ce dénominateur peut être interprété comme un indice de surfécondité des femmes de parité trois par rapport à l'ensemble des femmes de parités 2 et 3.

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

séquences démographiques (on pense à la transition démographique). Les structures familiales pourront être étudiées dans un cadre plus étroitement relié aux phénomènes de fécondité. Par ailleurs, disposant de données de recensement ou d'enquête touchant les liens mères-enfants, on pourra déduire jusqu'à une certaine précision l'histoire démographique de certaines populations.

Toutes sortes d'applications sont possibles. Par exemple, dans un modèle de projection, on pourra faire migrer les enfants avec leurs mères. J'ai déjà construit une matrice de rétroprojection, mais on pourra la modifier pour reconstruire des familles. En économie, les dépendances et charges pourront être vues sous un angle intergénérationnel plus précis. Pour l'instant, il reste beaucoup d'études à mener. En particulier, des études de sensibilité aux variations de phénomènes et des comparaisons avec des populations réelles.

Je voudrais souligner en terminant qu'il y a intérêt à exploiter l'idée d'inverser le temps dans nos mesures démographiques. Souvent, on obtient ainsi une dimension de plus, et une meilleure possibilité de déterminisme. On peut penser aussi à certaines possibilités dans le domaine de la sélection. Le concept d'effectif moyen de la génération des mères (ce que j'appelle l'ascendance), ou encore les méthodes appliquant des inverses de taux de survie ont déjà été mis à profit. Il y a intérêt, je crois, à systématiser l'utilisation du temps inversé.

BIBLIOGRAPHIE

BONGAARTS, J. et al., ed., 1987. *Family Demography : Methods and their applications*, Clarendon Press, Oxford.

CALOT, G., 1984. "Une notion intéressante : l'effectif moyen des générations soumises au risque", *Population*, no 6, nov.-déc.

HENRY, L., 1953. *Fécondité des mariages : Nouvelles méthodes de mesure*, Cahier no 16, Paris, INED PUF.

KEYFITZ, N., 1977. *Applied Mathematical Demography*, (chap. 10), Toronto, John Wiley and Sons.

LEDENT, J., 1992. *Vers des perspectives de familles/ménages sur la base d'un modèle de type multidimensionnel*. Rapport non publié, INRS-Urbanisation Montréal.

LESLIE, P.H., 1945. "On the use of matrices in certain population mathematics", *Biometriks*, 33 pp. 183-212.

LOTKA, A.J., 1939. *Théorie analytique des associations biologiques*, Paris, Hermann et Cie, 2° partie.

PRESSAT, R., 1969. *L'analyse démographique*, (chap. 12), Paris, P.U.F.

RALLU, J.-L., 1985. "Projection des familles au 1.1.90 et 1.95" *Population*, 41, 3, pp. 511-531.

WUNSH, G., 1978. *Méthodes d'analyse démographique pour les pays en développement*, Ordina, Liège.

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.

APPENDICE 1
MATRICE D'ASCENDANCE PAR RANG DE NAISSANCE (TAUX EN TRANSVERSAL)

$$
\begin{bmatrix}
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\frac{{}_1p_{15}X_0}{L_0R_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot \\
0 & \frac{{}_2p_{15}X_0}{L_0R_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot \\
0 & 0 & \frac{{}_3p_{15}X_0}{L_0R_0} & 0 & 0 & 0 & \cdot \\
\frac{{}_1p_{20}X_0}{L_0R_0} & 0 & 0 & \frac{{}_1p_{15}\frac{L_{20}}{L_{15}}X_5}{L_5R_5} & 0 & 0 & \cdot \\
0 & \frac{{}_2p_{20}X_0}{L_0R_0} & 0 & 0 & \frac{{}_2p_{15}\frac{L_{20}}{L_{15}}X_5}{L_5R_5} & 0 & \cdot \\
0 & 0 & \frac{{}_3p_{20}X_0}{L_0R_0} & 0 & 0 & \frac{{}_3p_{15}\frac{L_{20}}{L_{15}}X_5}{L_5R_5} & \cdot \\
\frac{{}_1p_{25}X_0}{L_0R_0} & 0 & 0 & \frac{{}_1p_{20}\frac{L_{25}}{L_{20}}X_5}{L_5R_5} & 0 & 0 & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot
\end{bmatrix}
$$

Note : Pour chaque trio de colonnes, la somme des ${}_ip_x$ donne l'unité.

AIDELF. 1996. Ménages, familles, parentèles et solidarités dans les populations méditerranéennes - Actes du colloque d'Aranjuez, septembre 1994, Association internationale des démographes de langue française, ISBN : 2-9509356-1-3, 693 pages.